

- ANALISI TEORICA DEL COMPORTAMENTO DI UNA MATASSA -
- ELASTICA (11/96) -

Filippo Surace NIKE Milano

La conoscenza del comportamento della matassa nel corso della scarica è di importanza primaria per il progetto e l'ottimizzazione di un aeromodello ad elastico nella fase di salita. In particolare è importante conoscere la legge di rilascio dell'energia accumulata durante la carica in funzione dei dati sperimentali relativi al tipo di gomma utilizzata, ed in funzione delle dimensioni della matassa stessa.

In questo studio, partendo da alcune ipotesi semplificative, vengono esaminate le caratteristiche cinematiche e dinamiche della matassa in fase di avvolgimento e di svolgimento, e vengono stabilite le relazioni indispensabili all'utilizzazione dei dati sperimentali disponibili.

In particolare vengono elaborate le formule che legano giri, allungamenti, sollecitazioni e momenti motori applicati all'elica.

- Principali ipotesi semplificative -

- Si considera la matassa costituita da un numero di fili sufficientemente grande perché lo stato di sollecitazione sia riconducibile ad una trazione uniforme nella sezione del filo. Non si considera in altri termini la componente di torsione del filo. In effetti alcuni tentativi di analisi intesi a tener conto di questa componente, hanno dato luogo a risultati che confermano la sostanziale validità dell'ipotesi assunta, anche per numeri di fili molto bassi, al disotto di quelli comunemente adottati nelle matasse realmente impiegate.

- Si trascurano gli effetti della compressione trasversale alla sezione del filo, dovuta ai fili adiacenti.

- Il calcolo delle condizioni di equilibrio elastico viene eseguito in condizioni ideali di assenza di attrito (completa reversibilità). Le perdite di attrito durante la scarica sono tenute in conto mediante un rendimento di scarica considerato costante durante la scarica stessa.

- Il volume della matassa è considerato costante, ed indipendente dall'allungamento. E' questa un'ipotesi classica per i sistemi elastici molto deformabili.

L'assunzione delle ipotesi semplificative suddette consente la formulazione del comportamento della matassa in forma relativamente semplice e facilmente utilizzabile. Inoltre, avendo riconosciuto che la causa fondamentale di accumulo e restituzione dell'energia è la deformazione di trazione della gomma, è possibile semplificare la sperimentazione della gomma stessa, riducendola ad una prova di trazione su fili di lunghezza e sezione qualunque. Si elimina in tal modo il rischio di inquinamento della sperimentazione tipico delle prove su matasse avvolte, e si ha la massima generalizzazione ed utilizzazione dei risultati sperimentali.

- La principale difficoltà che si incontra nello studio della matassa consiste nell'instabilità, tipica dei sistemi molto deformabili, che si manifesta durante l'avvolgimento con la nota formazione dei "nodi". La spiegazione del fenomeno è molto semplice e nota: compatibilmente con le condizioni di vincolo (distanza fra i ganci e giri imposti), il sistema assume la configurazione di equilibrio stabile corrispondente al minimo di energia di deformazione, secondo i classici teoremi dell'equilibrio elastico. Al disopra di un certo numero di giri questa configurazione corrisponde ad una distanza fra i ganci superiore a quella imposta; in

conseguenza la matassa si assottiglia e si allunga, dando luogo alla formazione dei nodi.

Lo studio diretto della condizione di minima energia della matassa carica non estratta dalla fusoliera è poco agevole, specie in relazione al fatto che bisogna tener conto della formazione di nodi semplici e doppi, non sempre estesi su tutta la lunghezza della matassa. Molto più facile è lo studio dell'avvolgimento della matassa secondo un criterio prossimo a quello che viene seguito in realtà: estratta la matassa dalla fusoliera per una lunghezza opportuna, si inizia l'avvolgimento in assenza di nodi fino al limite di stabilità. A questo punto è stato raggiunto l'allungamento massimo della matassa ed inizia la fase di rientro ad allungamento costante, con formazione ordinata dei nodi semplici e successivamente doppi, per allungamenti elevati.

Formule, tabelle e figure sono riportate nell'Allegato.

- 1 - Avvolgimento della matassa -

- 1.1 - Raggio medio di avvolgimento -

Si consideri un elemento di matassa di forma approssimativamente cilindrica, con altezza infinitesima, secondo quanto illustrato nella Fig.1.

Il raggio locale di avvolgimento x varia per ogni elemento fra 0 ed il raggio R della sezione. Considerando il sistema in equilibrio e senza attriti, dobbiamo ritenere che le condizioni locali di equilibrio rispettino quelle di minima energia di deformazione, e quindi di energia di deformazione costante per il filo, e indipendente dal raggio locale di avvolgimento. Sempre con riferimento alla Fig.1, svolgendo in piano il cilindro di avvolgimento, per qualunque valore di x si avrà la stessa deformazione, la stessa inclinazione del filo in esame, e quindi la stessa sezione fatta con un piano normale all'asse del cilindro. Segue che il numero di giri di avvolgimento sarà inversamente proporzionale ad x . Integrando rispetto alla sezione occupata nell'intervallo x , dx , si ha il valore medio dei giri di avvolgimento (1).

Si ottiene quindi un primo risultato importante: Il raggio medio di avvolgimento è $1/2$ del raggio della sezione della matassa.

Questo significa che lungo la matassa, la posizione di un filo varierà fra 0 ed R , con distribuzione statistica tale da assicurare lo stesso numero finale di giri per tutti i fili, come è imposto dalle condizioni esterne.

E' quindi possibile analizzare il comportamento della matassa assimilandolo a quello di un filo che si avvolge intorno al raggio medio $R/2$ della sezione.

-1.2- Equazione di partenza e condizione di stazionarietà dell'energia della matassa -

Con riferimento alla Fig.2 si consideri una matassa che viene portata alla distanza fra i ganci L ed avvolta al numero di giri N . Per quanto detto prima, ciascun filo può essere considerato avvolto ad elica su un cilindro di raggio $R/2$ ed altezza L . Sviluppando in piano la superficie laterale del cilindro, si vede che è possibile calcolare l'allungamento come funzione del volume V , della lunghezza iniziale L_0 , della lunghezza L e dei giri N , risolvendo il triangolo rettangolo che ha per cateti L , ed una lunghezza proporzionale ad N .

Infine introducendo il raggio medio di avvolgimento in funzione di L , si ottiene la 4 che esprime l'allungamento in funzione di L e di N .

Differenziando la 4 rispetto alle variabili indipendenti L ed N , si ottiene la condizione di stazionarietà dell'allungamento (6).

-1.3 - Cinematica della formazione di un nodo ed applicazione della condizione di stazionarietà -

La condizione di stazionarietà dell'allungamento, e quindi dell'energia della matassa, implica che nella fase successiva di formazione dei nodi la energia somministrata alla matassa sia nulla. Segue che deve essere nullo il bilancio fra energia introdotta per rotazione del mandrino, ed energia sottratta per riduzione della distanza fra i ganci ("rientro").

Nella Fig.3 è illustrato un nodo sezionato secondo un piano passante per l'asse della matassa annodata, e lo svolgimento della linea media percorsa dalla matassa. Le formule 7,8,9,10 calcolano il passo, il diametro di avvolgimento, la lunghezza di una spira e l'accorciamento della distanza fra i ganci dovuto alla formazione di un nodo. La formula 11 calcola la rotazione del mandrino relativa alla formazione del nodo. Questa rotazione viene calcolata considerando che lo spianamento di una spira dà luogo appunto alla rotazione indicata dalla 11. Il passaggio dalla spira spianata a forma di "S" alla configurazione rettilinea, dà luogo solo a fenomeni di flessione che secondo le ipotesi di partenza, non hanno rilevanza energetica.

Introducendo questi valori nella 6 si ottiene l'espressione 12 che definisce l'unica condizione possibile di bilancio energetico nullo nella formazione di un nodo, e quindi i giri critici N_c per i quali inizia la formazione dei nodi.

-1.4 - Giri "adimensionali" e soluzione dell'equazione dei giri critici -

Introduciamo i giri "adimensionali" che rappresentano un'importantissimo risultato della teoria, in quanto come si vedrà, l'allungamento e tutte le caratteristiche cinematiche del sistema possono essere espressi in funzione di questa sola grandezza. (La definizione è scorretta in quanto anche i giri del mandrino sono adimensionali, ma è entrata nella consuetudine).

Introducendo nell'equazione 12 i giri adimensionali espressi dalle 13 e 14, ed introducendo le grandezze adimensionali x_c , q definite dalle 15 e 16 rispettivamente, si ottiene la 17, che è un'equazione di secondo grado in x_c .

Risolvendo si ottiene il valore di x_c (18) che è una costante perchè costante è q .

Come conseguenza si ottiene l'importante risultato espresso dalla 19:

I giri adimensionali critici sono esclusivamente funzione del rapporto fra la distanza fra i ganci nella prima fase del caricamento e la lunghezza della matassa libera (coefficiente di estrazione).

Osservazione: Ricordiamo che per semplicità in questa trattazione si considerano coincidenti la lunghezza libera della matassa e la distanza L_0 fra i ganci nella fusoliera.

-1.5 - Caso particolare $L/L_0=1$ (assenza di nodi) -

In questo caso non si può avere formazione ordinata di nodi in quanto non si ha estrazione della matassa e quindi rientro. I giri massimi sono dati dalla 19. Per $n \leq n_c$ la relazione fra giri adimensionali ed allungamento è molto semplice ed è data dalle formule 21,22,23, ricavabili direttamente dalla "adimensionalizzazione" della 2.

-1.6 - Caso generale $L/L_0 > 1$ (formazione di nodi) -

-1.6.1 - Formazione di 1 fila di nodi -

L'allungamento massimo relativo al caso precedente è molto basso e corrisponde ad energie modestissime. E' indispensabile quindi affrontare il caso della formazione di nodi.

Dalla 4, si ottiene facilmente la 24 che esprime una semplice relazione lineare fra allungamento e rapporto di estrazione L/L_0 . Conosciamo anche i giri critici n_c in funzione di L/L_0 (19). Non resta che calcolare i giri adimensionali di rientro, ricavabili immediatamente dalla 12, ricordando che la lunghezza di rientro è $L-L_0$ (25). I giri adimensionali totali si ottengono quindi sommando quelli forniti dalla 19 e dalla 25.

Osserviamo che l'espressione dei giri 26 è abbastanza semplice nella forma in cui è stata scritta. Questa presuppone che allungamento e giri adimensionali siano calcolati in funzione del coefficiente di estrazione. Naturalmente è anche possibile introdurre un valore dell'allungamento nella 24, calcolare L/L_0 e quindi i giri adimensionali. Volendo invece esprimere l'allungamento in funzione dei giri adimensionali, bisogna calcolare dalla 26 il coefficiente di estrazione in funzione dei giri adimensionali, e quindi l'allungamento in funzione di L/L_0 . Tuttavia in questo caso il calcolo è complicato per il fatto che la 26 è un'equazione di 3° grado nella radice quadrata di L/L_0 . Questo inconveniente si troverà anche nel caso di avvolgimento su 2 file di nodi.

Concludendo: è facile esprimere i giri adimensionali in funzione del coefficiente di estrazione o dell'allungamento. Più difficile è esprimere le suddette grandezze in funzione dei giri adimensionali.

Le formule 25 e 26 sono valide finché a rientro ultimato l'ingombro assiale dei nodi rimane minore o al limite uguale alla lunghezza L_0 . Le 27,28,29 traducono questa condizione in un limite superiore per il coefficiente di estrazione indicato dalla 29, a cui corrispondono i limiti superiori per l'allungamento (30) e per i giri adimensionali (31).

-1.6.2 - Formazione di 2 file di nodi ($L/L_0 > 2.7207$) -

Anche l'allungamento massimo relativo ad una semplice fila di nodi è superato facilmente dalle matasse moderne. Occorre quindi esaminare anche il caso di doppia fila di nodi che si forma quando, completata la prima fila, la lunghezza della matassa supera la distanza fra i ganci della fusoliera.

L'ulteriore rientro verrà calcolato sempre nel rispetto della condizione di stazionarietà dell'energia della matassa.

Formazione della prima fila completa di nodi

In modo analogo a quanto già fatto in precedenza si calcola la lunghezza L_1 della matassa corrispondente alla fila di nodi completa (32,33) e la condizione di completamento (34). Si calcola infine l'incremento di giri adimensionali dovuto alla formazione della fila completa dei nodi (35).

Formazione della seconda fila di nodi

Per l'applicazione del criterio di stazionarietà bisogna calcolare il nuovo raggio di avvolgimento e quindi il raggio della matassa. Facendo l'ipotesi di compattamento della matassa sulla prima fila di nodi, il raggio della matassa viene calcolato mediante la 36. Ripetendo la solita procedura si calcola la lunghezza della seconda fila di nodi, e quindi il limite superiore di validità del coefficiente di estrazione (41), ed il corrispondente limite di allungamento (42).

Si ritiene che il valore trovato (10.372) sia sufficientemente elevato per coprire tutta la gamma degli allungamenti massimi previsti per le matasse moderne.

Dalle 11 e 38 si deduce l'incremento di giri relativo al rientro su due file di nodi.

Le espressioni 44 e 45 forniscono i giri adimensionali che, come già detto si presentano in forma analoga a quella relativa all'avvolgimento su una sola fila di nodi. La 46 infine fornisce i giri adimensionali massimi nel campo indagato.

-1.7 - Cinematica dell'avvolgimento: Illustrazione grafica dei risultati raggiunti -

Nella Fig. 4 sono poste in grafico le varie fasi dell'avvolgimento della matassa, per un certo numero di coefficienti di estrazione nell'intervallo compreso fra i limiti di una e due file di nodi. Il rapporto $L1/L0$ che corrisponde alla condizione limite di passaggio da una a due file di nodi durante il rientro, è calcolato mediante la 47.

Si descrivono le fasi dell'avvolgimento:

- Estrazione ($n=0$): L'allungamento della matassa è uguale al coefficiente di estrazione -1.
- Avvolgimento fino ai giri critici ($n=n_c$): Questa fase è a coefficiente di estrazione costante, ed è quindi rappresentata dal segmento verticale che parte da giri nulli ed arriva fino ai giri n_c . L'allungamento cresce dal valore iniziale fino a quello finale. Difatti le fasi successive di rientro sono ad allungamento costante.
- Rientro con generazione di 1 fila di nodi: Il rientro avviene fino alla lunghezza $L1/L0$ con il relativo incremento di giri del trapano.
- Rientro con generazione della seconda fila di nodi: Se $L1/L0 > 1$ il rientro viene completato con la generazione parziale o totale della seconda fila di nodi e con il relativo incremento di giri di trapano.

Osserviamo che non essendo facilmente definibili sul campo le modalità di avvolgimento, in genere si preferisce adottare coefficienti di estrazione minori di quelli calcolati, allo scopo di evitare rotture della matassa in condizioni particolarmente pericolose per l'integrità del modello. Le condizioni di carica sono quindi in generale imperfette, ma più che accettabili.

Nella Fig.5 sono diagrammati in funzione dell'allungamento, i giri adimensionali e la loro composizione nelle tre condizioni studiate di assenza di nodi, una fila di nodi, due file di nodi; il coefficiente di estrazione, il rapporto $L1/L0$, e la derivata dell'allungamento rispetto ai giri adimensionali. L'importanza di quest'ultima grandezza verrà illustrata successivamente.

L'allungamento è compreso fra 0 e il limite massimo di formazione della doppia fila di nodi. Si osserva la linearità della relazione fra rapporto di estrazione ed allungamento, e l'andamento molto uniforme dei giri adimensionali, a parte la zona di assenza di nodi, per altro poco interessante.

- 2- Svolgimento della matassa (Scarica) -

Lo svolgimento della matassa, contrariamente all'avvolgimento, avviene con distanza fra i ganci costante, e, secondo l'ipotesi fatta, uguale alla lunghezza libera della matassa. Noi esamineremo lo svolgimento ritenendo che durante la scarica la configurazione della matassa sia identica a pari giri a quella assunta durante l'avvolgimento. Ma siccome il passaggio da una configurazione alla successiva avviene a distanza fra i ganci costante, e quindi non secondo la modalità seguita nell'avvolgimento, durante la scarica si ha un continuo riassetamento della matassa, teso a raggiungere la configurazione ordinata e di equilibrio tipica dell'avvolgimento. Il riassetamento della matassa durante la scarica è peraltro rilevabile dagli scatti che si hanno in corrispondenza alla variazione della configurazione dei nodi. Questo fenomeno comporta una perdita dell'energia restituita durante la scarica, che si cerca di minimizzare agevolando l'assestamento della matassa con un lubrificante.

-2.1- Calcolo del momento motore -

Il calcolo del momento motore che la matassa applica all'elica durante la scarica è uno dei più importanti risultati attesi dalla teoria, e viene eseguito attraverso il calcolo dell'energia restituita dalla matassa durante la scarica.

Si fanno le seguenti osservazioni su alcune delle grandezze riportate nell'Allegato:

- Sollecitazione di trazione della matassa: E' il risultato sperimentale di prove di trazione eseguite su campioni di matassa. Le misure vengono eseguite in "restituzione", cioè durante la fase di accorciamento della matassa, sottoposta inizialmente al massimo allungamento. Conoscendo il peso specifico, il peso e la lunghezza iniziale del campione, il risultato sperimentale viene tabulato come sollecitazione riferita alla sezione non deformata S_0 (es: gr/cm^2), funzione dell'allungamento.

- Energia della matassa per unità di volume: Si ricava direttamente dal risultato sperimentale, come integrale della sollecitazione rispetto all'allungamento, ed è tabulata in funzione dell'allungamento stesso. Ha le dimensioni di una sollecitazione (es: gr/cm^2).

- Energia della matassa: Si ottiene moltiplicando l'energia specifica per il volume della matassa.

- Rendimento di scarica: Tiene conto della dissipazione energetica dovuta all'assestamento della matassa durante la scarica. La perdita isteretica della matassa è invece tenuta in conto sperimentalmente eseguendo le misure in "restituzione".

La formula 49 esprime il bilancio energetico in termini differenziali, che lega al momento motore la variazione di energia della matassa. Attraverso le formule 50 e 51 si perviene all'espressione 52 del momento motore.

Analizzando la struttura della formula si fanno le seguenti importanti osservazioni:

- Il momento motore è legato alla geometria della matassa solo attraverso la sezione.
- Il momento motore è proporzionale al prodotto di due funzioni dell'allungamento (e quindi dei giri adimensionali) fra loro indipendenti:
 - La sollecitazione che è caratteristica del tipo di matassa adoperato
 - La derivata dell'allungamento rispetto ai giri adimensionali, che è una funzione indipendente sia dal tipo di matassa che dalla sua

configurazione. Questa funzione, che può quindi essere calcolata una volta per tutte, è riportata nel grafico di Fig.5.

L'importante risultato ottenuto permette in definitiva di istituire una Teoria Cinematica della Matassa i cui risultati sono assoluti ed indipendenti dalla tipologia della matassa impiegata. Affiancando a questa teoria le prove di trazione che caratterizzano il comportamento elastico della matassa, si ha un quadro completo del comportamento della matassa stessa.

-2.2 - Calcolo della derivata dell'allungamento rispetto ai giri adimensionali

Il calcolo di questa derivata, a parte il caso semplice di assenza di nodi, è eseguito come rapporto fra la seguenti grandezze:

- Derivata dell'allungamento rispetto al coefficiente di estrazione
 - Derivata dei giri adimensionali rispetto al coefficiente di estrazione
- I calcoli relativi sono riportati a partire dalla formula 53 fino alla 69.

Ci limitiamo ad osservare che nel punto di confine fra la zona senza nodi e quella di formazione della prima fila di nodi si ha continuità della derivata e quindi del momento. Nella zona di confine fra la prima e la seconda formazione di nodi si ha invece una lieve discontinuità della derivata e quindi del momento, dovuta al cambio di diametro della matassa (formule 63 e 69).

-2.3 - Momento motore medio in un intervallo di scarica assegnato -

Nelle applicazioni concrete della teoria, è spesso particolarmente interessante conoscere il momento medio applicato all'elica in un certo intervallo di giri. Ci riferiamo al caso del calcolo dell'elica, per il quale è interessante conoscere il valore medio del momento durante tutta la scarica, oppure al caso dell'analisi della salita del modello, generalmente suddivisa in un certo numero di intervalli energetici di scarica (es: 4).

Le formule da 70 a 73 deducono dal bilancio energetico globale il valore medio del momento motore in un assegnato intervallo di giri adimensionali.

- 3 - Tabulazione delle funzioni utili per l'applicazione della teoria. - Esempio di calcolo -

- 3.1 - Tabulazione delle funzioni -

Nelle Figg. 6.1 e 6.2 sono tabulate tutte le funzioni cinematiche che interessano il calcolo della matassa, per allungamento compreso fra 0 ed il limite massimo di formazione di due file di nodi. L'intervallo è suddiviso in 104 parti, più che sufficienti per calcoli di buona approssimazione.

Esplicitiamo i significati che possono apparire equivoci:

- n_c = giri critici di inizio formazione nodi
- dn_1 = incremento di giri dovuto al rientro con formazione parziale o totale di una fila di nodi
- dn_2 = incremento di giri dovuto alla parte di rientro con formazione parziale o al limite totale di una doppia fila di nodi
- n = $n_c + dn_1 + dn_2$ = giri adimensionali complessivi
- dln = derivata dell'allungamento rispetto ad n (calcolo del momento motore)

- 3.2 - Esempio di calcolo di una matassa -

Si disponga dei dati sperimentali di trazione illustrati nelle Figg. 7.1 e 7.2.

In queste figure la relazione fra allungamento e sollecitazione è sperimentale, mentre l'energia specifica è ricavata per integrazione dei dati sperimentali (48). L'informazione sperimentale è (o dovrebbe essere) completata dal peso specifico della matassa. Purtroppo non si dispone quasi mai di questo dato, ma per fortuna esso è molto prossimo ad 1. Noi porremo in mancanza di informazione il valore $= 0.95 \text{ gr/cm}^3$.

Dopo aver ridotto del 2% il peso della matassa rispetto al limite futuro prescritto per gli F1B per tener conto del peso del lubrificante e per disporre di un margine di sicurezza, si assegna il dimensionamento della matassa, il rapporto fra giri massimi e giri di rottura, ed il rendimento di scarica.

A questo punto conoscendo l'allungamento di rottura della matassa, dalle tabelle delle Figg. 6.1 e 6.2 si ricavano i giri adimensionali di rottura, quindi i giri adimensionali massimi. Dalla geometria della matassa si ricavano infine i giri effettivi di rottura e massimi.

Il calcolo puntuale del momento motore viene eseguito secondo la formula 52 (Fig.8). Il risultato è riportato nel diagramma di Fig.9. E' interessante osservare in questa figura l'effetto di attenuazione dell'impennata del momento motore agli alti allungamenti, rispetto alla corrispondente impennata della sollecitazione rilevabile dalla Fig.7.2. Questo effetto benefico è dovuto al fatto che la derivata dell'allungamento rispetto ai giri adimensionali è funzione decrescente dell'allungamento (Fig.5).

Anche il calcolo del momento medio durante tutto l'intervallo utile di scarica è immediato (Formula 73).

- 4 - CONCLUSIONI -

- E' stata esposta una teoria in grado di analizzare completamente il comportamento di una matassa elastica, almeno nella utilizzazione attuale (non è stato esaminato il caso di matassa a treccia).
- La teoria consente di dividere l'aspetto cinematico dell'avvolgimento e dello svolgimento della matassa dal comportamento dinamico della matassa stessa, dando luogo a notevoli semplificazioni di calcolo e di sperimentazione.
- Sebbene questi risultati siano stati ottenuti introducendo un certo numero di ipotesi semplificative, il confronto con l'esperienza sembra confermare la loro validità.

1 Allegato di 25 pagine

Filippo Lince

ALLEGATO: TEORIA MATASSA

-1- AVVOLGIMENTO

-1.1- Raggio medio di avvolgimento

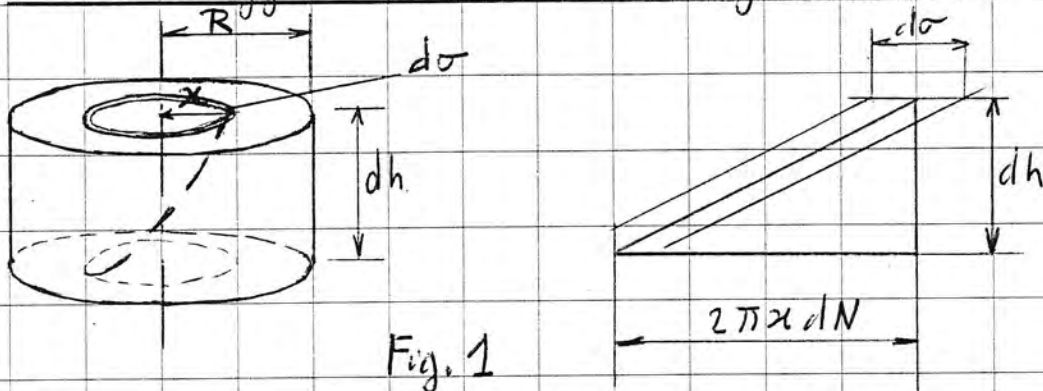


Fig. 1

dN = giri relativi all'altezza dh e ad x

dN_1 = giri per $x = R$

$x dN = \text{cost.}$; segue $dN = dN_1 \frac{R}{x}$

Numero di fili $\equiv d\sigma$; segue il numero medio di giri:

$$d\bar{N} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R (dN) d\sigma = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \left(dN_1 \frac{R}{x} \right) (2\pi x dx) = 2 dN_1$$

Raggio medio di avvolgimento $\bar{R}$:

$$\bar{R} = \frac{dN_1}{d\bar{N}} R = \frac{1}{2} R$$

(1)

- 1.2- Equazione di partenza e condizione di stazionarietà dell'energia della matassa

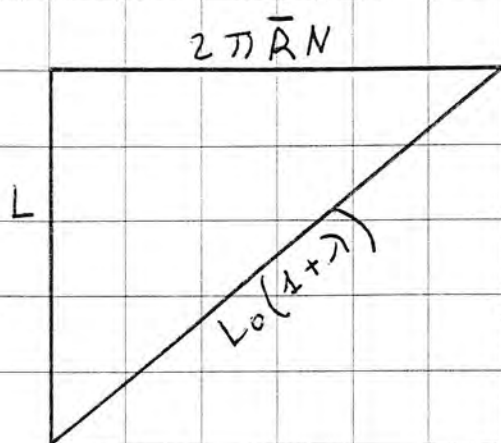


Fig. 2

L_0 = Lunghezza libera
matassa $\equiv$ distanza fra
i ganci in fusoliera

L = Distanza fra gancio
posteriore e gancio
trapano ($L \geq L_0$)

N = Numero di giri di
avvolgimento

λ = Allungamento matassa

V = Volume matassa

R = Raggio matassa

$$L_0^2(1+\lambda)^2 = L^2 + 4\pi^2 \bar{R}^2 N^2 \quad (2)$$

$$R = \sqrt{\frac{V}{\pi L}} \quad ; \quad \bar{R} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{V}{\pi L}} \quad (3)$$

Sostituendo la 3 nella 2:

$$L_0^2(1+\lambda)^2 = L^2 + \frac{\pi V N^2}{L} \quad (4)$$

Differenziando la 4:

$$2L_0^2(1+\lambda)d\lambda = \left(2L - \frac{\pi V N^2}{L^2}\right)dL + \frac{2\pi V N}{L}dN \quad (5)$$

- 1.2- Equazione di partenza e condizione di stazionarietà dell'energia della matassa

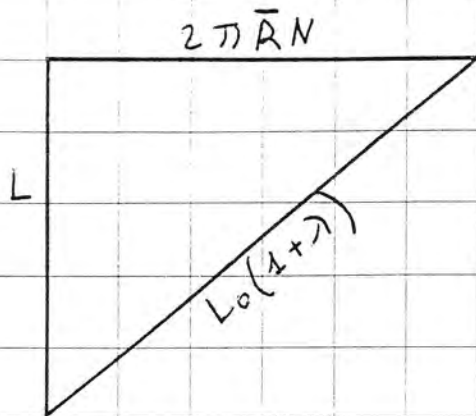


Fig. 2

L_0 = Lunghezza libera

matassa $\equiv$ distanza fra i ganci in fusoliera

L = Distanza fra gancio posteriore e gancio trapano ($L \geq L_0$)

N = Numero di giri di avvolgimento

λ = Allungamento matassa

V = Volume matassa

R = Raggio matassa

$$L_0^2(1+\lambda)^2 = L^2 + 4\pi^2 \bar{R}^2 N^2 \quad (2)$$

$$R = \sqrt{\frac{V}{\pi L}} \quad ; \quad \bar{R} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{V}{\pi L}} \quad (3)$$

Sostituendo la 3 nella 2:

$$L_0^2(1+\lambda)^2 = L^2 + \frac{\pi V N^2}{L} \quad (4)$$

Differenziando la 4:

$$2L_0^2(1+\lambda)d\lambda = \left(2L - \frac{\pi V N^2}{L^2}\right)dL + \frac{2\pi V N}{L}dN \quad (5)$$

Condizione di stazionarietà; $d\lambda = 0$
ovvero:

$$\left(\frac{L^2}{\pi V N} - \frac{N}{2L} \right) dL + dN = 0 \quad (6)$$

-1.3- Cinematica della formazione di un nodo
ed applicazione della condizione di
stazionarietà

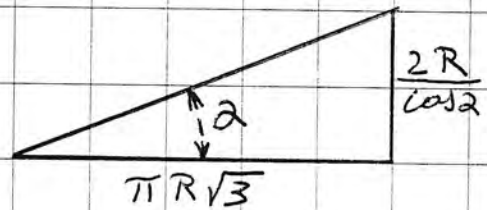
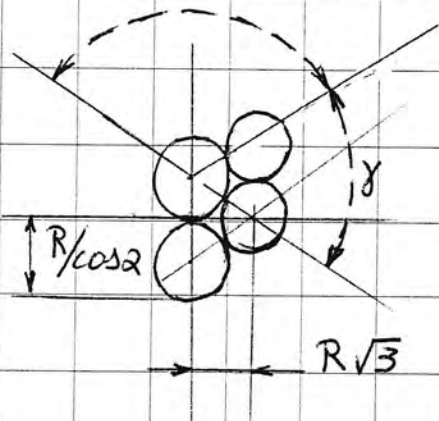


Fig. 3

$$\text{Passo} = \frac{2R}{\cos \alpha} \quad (7)$$

$$\text{Diametro di avvolgimento} = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = R\sqrt{3}$$

$$\pi R\sqrt{3} \tan \alpha = \frac{2R}{\cos \alpha} ; \text{ segue:}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{\pi\sqrt{3}} ; \cos \alpha = \frac{\sqrt{3\pi^2 - 4}}{\pi\sqrt{3}} ; \alpha = 21,56^\circ \quad (8)$$

Lunghezza di 1 spira:

$$L_1 = \sqrt{(\pi R\sqrt{3})^2 + \left(\frac{2R}{\cos \alpha}\right)^2} = \frac{3\pi^2 R}{\sqrt{3\pi^2 - 4}} \quad (9)$$

Accorciamento fra gancio portellone e gancio trapano per generazione di 1 nodo ($\lambda=0$):

$$\Delta L_n = \frac{3\pi^2 R}{\sqrt{3\pi^2 - 4}} - \frac{2R}{\cos 2} = \frac{\pi\sqrt{3}(\pi\sqrt{3} - 2)}{\sqrt{3\pi^2 - 4}} R \quad (10)$$

$$\gamma = 2 \operatorname{atg} \left(\frac{\pi}{\sqrt{3\pi^2 - 4}} \right)$$

Rotazione gancio trapano per generazione di 1 nodo:

$$\Delta \beta_n = \pi - \gamma = \pi - 2 \operatorname{atg} \left(\frac{\pi}{\sqrt{3\pi^2 - 4}} \right) \quad (11)$$

Applicando le 10; 11 alla 6, si ha la condizione per i giri critici N_c (inizio formazione nodi):

$$\frac{\Delta N}{\Delta L} = \frac{\Delta \beta_n}{2\pi \Delta L_n} = \frac{L^2}{\pi V N_c} = \frac{N_c}{2L} \quad (12)$$

-1.4- Giri "adimensionali" e soluzione della equazione dei giri critici

Posto:

Giri "adimensionali":

$$n = N \frac{\sqrt{V}}{L_0^{3/2}} \quad (13)$$

Giri critici "adimensionali":

$$n_c = N_c \frac{\sqrt{V}}{L_0^{3/2}} \quad (14)$$

$$x_c = n_c \left(\frac{L_0}{L} \right)^{\frac{3}{2}}$$

(15)

$$q = \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{\pi}{\sqrt{3\pi^2 - 4}} \right) \right] \frac{\sqrt{3\pi^2 - 4}}{\sqrt{3\pi} (\pi\sqrt{3} - 2)} = 0.15479$$

(16)

La 12 diviene:

$$\pi x_c^2 + 2\pi q x_c - 2 = 0$$

(17)

Risolvendo:

$$x_c = \sqrt{q^2 + \frac{2}{\pi}} - q = 0.65797$$

(18)

segue dalla 15:

Giri critici "adimensionali":

$$n_c = x_c \left(\frac{L}{L_0} \right)^{\frac{3}{2}} = 0.65797 \left(\frac{L}{L_0} \right)^{\frac{3}{2}}$$

(19)

-1.5- Caso particolare $L/L_0 = 1$ (assenza di nodi)

Dalla 19:

$$n_c = x_c = 0.65797 ; \quad 0 \leq n \leq n_c$$

(20)

Dalla 4:

$$\lambda = \sqrt{1 + \pi n^2} - 1$$

(21)

Valore critico di λ :

$$\lambda_c = \sqrt{1 + \pi n_c^2} - 1 = 0.53626$$

(22)

$$0 \leq \lambda \leq 0.53626$$

(23)

-1.6-Caso generale $L/L_0 > 1$ (formazione di nodi)

-1.6.1- Formazione 1 fila di nodi

Dalla 4:

$$(1 + \lambda) \left(\frac{L}{L_0} \right)^2 = 2.3601 \left(\frac{L}{L_0} \right)^2$$

(24)

Giri adimensionali di "nientro" completo Δn_i :

Dalla 12, posto $\Delta L = L - L_0$:

$$\Delta n_i = \left(\frac{L}{L_0} - 1 \right) \left(\frac{L}{L_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\pi x_c} - \frac{x_c}{2} \right) = q \left(\frac{L}{L_0} - 1 \right) \sqrt{\frac{L}{L_0}}$$

(25)

Dalle 19 e 25: Giri adimensionali in una fila di nodi:

$$n = n_c + \Delta n_i = \left[x_c + q \right] \frac{L}{L_0} - q = \left(0.81276 \frac{L}{L_0} - 0.15479 \right) \sqrt{\frac{L}{L_0}}$$

(26)

Limite superiore di validità per 1 fila di nodi:
Dalla 9:

$$\text{Numero nodi rientro completo} = \frac{L-L_0}{\Delta L_n} - \frac{L-L_0}{R} \frac{\sqrt{3\pi^2-4}}{\pi\sqrt{3}(\pi\sqrt{3}-2)} \quad (27)$$

Dalle 2 e 27:

$$\text{Lunghezza fila nodi} = \frac{L-L_0}{\Delta L_n} \frac{2R}{\cos 2} = \frac{2(L-L_0)}{\pi\sqrt{3}-2} \quad (28)$$

Condizione limite 1 fila di nodi:

$$\frac{2(L-L_0)}{\pi\sqrt{3}-2} \leq L_0; \quad \frac{L}{L_0} \leq \frac{\pi\sqrt{3}}{2} = 2.7202 \quad (29)$$

Corrispondente valore dell'allungamento λ_1 :

Dalle 24 e 29:

$$\lambda_1 = \frac{\pi\sqrt{3}}{2} \sqrt{1+\pi\alpha_c^2} - 1 = 3.1292 \quad (30)$$

Giri adimensionali corrispondenti n_1 :

$$n_1 = \left[\left(\alpha_c + q \right) \frac{\pi\sqrt{3}}{2} - q \right] \sqrt{\frac{\pi\sqrt{3}}{2}} = 3.3921 \quad (31)$$

-1.6.2- Formazione di 2 file di nodi ($L/L_0 > \frac{\pi\sqrt{3}}{2}$)

Formazione 1 fila di nodi completa:

L_1 = Lunghezza fila ($L_1 > L_0$)

Dalla 10:

$$\text{Numero di nodi} = \frac{L-L_1}{\Delta L_n} = \frac{(L-L_1)\sqrt{3\pi^2-4}}{\pi\sqrt{3}(\pi\sqrt{3}-2)R} \quad (32)$$

Dalle 7 e 32:

$$\text{Lunghezza fila nodi} = \frac{L-L_1}{\Delta L_n} R = \frac{2(L-L_1)}{\pi\sqrt{3}-2} \quad (33)$$

Condizione di fila completa:

$$\frac{2(L-L_1)}{\pi\sqrt{3}-2} = L_1 ; \quad \frac{L}{L_1} = \frac{\pi\sqrt{3}}{2} \quad (34)$$

Incremento di giri gancio trapasso, corrispondente alla fila completa. Dalla 25:

$$\Delta n_1 = \frac{L-L_1}{L_0} \left(\frac{L}{L_0}\right)^{\frac{1}{2}} q = \frac{\pi\sqrt{3}-2}{\pi\sqrt{3}} q \left(\frac{L}{L_0}\right)^{\frac{3}{2}} = 0,097895 \left(\frac{L}{L_0}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (35)$$

Formazione 2^a fila nodi:

R_1 = Raggio matassa con 1 fila di nodi completa

$$R_1 = \sqrt{\frac{V}{\pi L_1}}$$

$$\text{Accorciamento per generazione di 1 nodo (20)} = \frac{\pi\sqrt{3}(\pi\sqrt{3}-2)}{\sqrt{3\pi^2-4}} R_1 \quad (32)$$

$$\text{Numero di nodi (22)} = \frac{(L_1-L_0)\sqrt{3\pi^2-4}}{\pi\sqrt{3}(\pi\sqrt{3}-2)R_1} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \text{Lunghezza nodi (28)} &= \frac{(L_1-L_0)\sqrt{3\pi^2-4}}{\pi\sqrt{3}(\pi\sqrt{3}-2)R_1} \frac{2R_1}{\cos 2} = \\ &= (L_1-L_0) \frac{2}{\pi\sqrt{3}-2} \end{aligned} \quad (39)$$

Limite superiore di validità 2 file di nodi:

$$(L_1-L_0) \frac{2}{\pi\sqrt{3}-2} \leq L_0 \quad (40)$$

Dalle 34 e 40:

$$\frac{L}{L_0} \leq \frac{3\pi^2}{4} = 7.4022 \quad (41)$$

Segue dalle 24 e 41:

Limite superiore dell'allungamento per la formazione di 2 file di nodi:

$$\lambda_2 = \frac{3\pi^2}{4} \sqrt{1+\pi\alpha_c^2} - 1 = 10.322 \quad (42)$$

Incremento di giri gancio trapasso relativo alla 2^a fila di nodi Δn_2 : Dalle 11 e 38:

$$\Delta n_2 = 9 \left(\frac{2}{\pi\sqrt{3}} \frac{L}{L_0} - 1 \right) \sqrt{\frac{2}{\pi\sqrt{3}} \frac{L}{L_0}} \quad (43)$$

Giri adimensionali completati per 2 file di nodi:

$$n = n_c + \Delta n_1 + \Delta n_2 =$$

$$= \left\{ n_c + 9 \left[1 - \frac{2}{\pi\sqrt{3}} + \left(\frac{2}{\pi\sqrt{3}} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \right\} \left(\frac{L}{L_0} \right)^{\frac{3}{2}} - 9 \sqrt{\frac{2}{\pi\sqrt{3}}} \sqrt{\frac{L}{L_0}} \quad (44)$$

$$n = 0.29036 \left(\frac{L}{L_0} \right)^{\frac{3}{2}} - 0.093841 \sqrt{\frac{L}{L_0}} \quad (45)$$

Valore massimo di $n(n_2)$:

Porto:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{3\pi^2}{4}$$

$$n_2 = 15.662 \quad (46)$$

-1.7- Cinematica dell'avvolgimento: illustrazione grafica dei risultati raggiunti

$$\frac{L_1}{L_0} = \frac{L}{L_0} \frac{L_1}{L} = \frac{2}{\pi\sqrt{3}} \frac{L}{L_0} \quad (47)$$

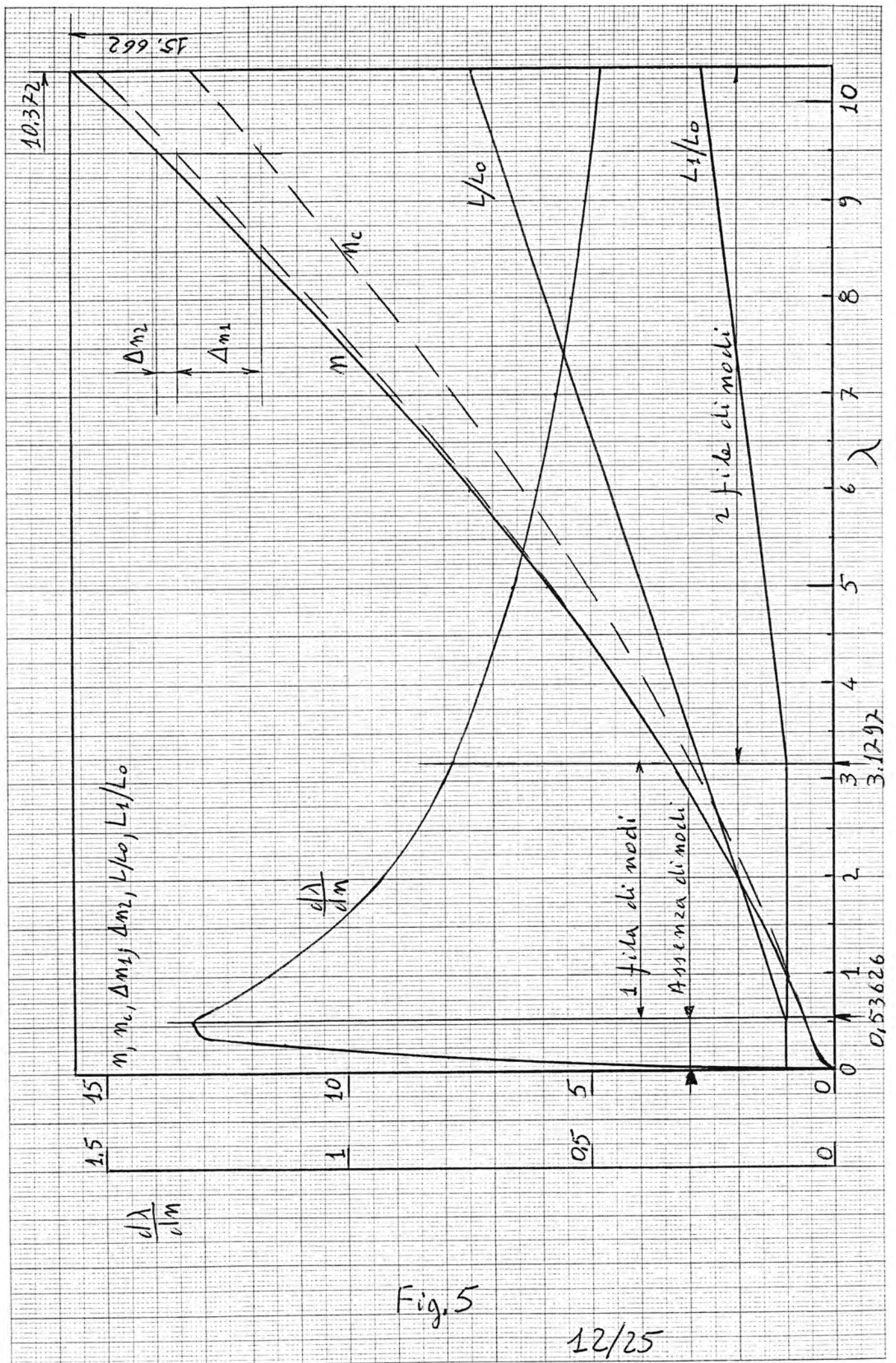


Fig. 5

12/25

-2- SVOLGIMENTO (SCARICA)

-2.1- Calcolo del momento motore

M = Momento motore applicato all'elica

ϑ = Angolo di rotazione dell'elica

$S_0 = \bar{V}/L_0$ = Sezione iniziale (non deformata) matassa

$\sigma(\lambda)$ = Sollecitazione di trazione della matassa
(Rit. S_0)

$e(\lambda)$ = Energia specifica della matassa (per unità di volume)

$\mathcal{E}(\lambda)$ = Energia della matassa ($\mathcal{E} = e\bar{V}$)

η = Rendimento di scarica

$$e(\lambda) = \int_0^\lambda \sigma(\lambda) d\lambda$$

(48)

$$M d\vartheta = \eta d\mathcal{E}$$

(49)

$$d\vartheta = 2\pi dN = 2\pi \frac{L_0^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\bar{V}}} dn$$

(50)

$$d\mathcal{E} = \bar{V} \frac{de}{d\lambda} d\lambda = \bar{V} \frac{de}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dn} dn = \bar{V} \sigma \frac{d\lambda}{dn} dn$$

(51)

Segue dalle 49, 50, 51:

$$M = \frac{\eta}{2\pi} \left(\frac{\bar{V}}{L_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{d\lambda}{dn} = \frac{\eta}{2\pi} \frac{S_0^{\frac{3}{2}}}{\sigma} \frac{d\lambda}{dn}$$

(52)

-2.2-Calcolo della derivata dell'allungamento rispetto ai giri adimensionali

Caso 0: Assenza di nodi

Dalla 21:

$$\frac{d\lambda}{dn} = \frac{\pi n}{\sqrt{1+\pi n^2}}$$

(53)

Per $n = n_c = \kappa_c$

$$\left(\frac{d\lambda}{dn}\right)_{nc} = 1.3455$$

(54)

Caso 1: 1 fila di nodi

Dalla 24:

$$\frac{d\lambda}{d(L/L_0)} = \sqrt{1+\pi \kappa_c^2} = 1.5363$$

(55)

Dalla 26:

$$\frac{dn}{d(L/L_0)} = \frac{3}{2}(\kappa_c + q)\sqrt{\frac{L}{L_0}} - \frac{q}{2}\sqrt{\frac{L_0}{L}}$$

(56)

Segue:

$$\frac{d\lambda}{dn} = \frac{\frac{d\lambda}{d(L/L_0)}}{\frac{dn}{d(L/L_0)}} = \frac{2\sqrt{1+\pi \kappa_c^2}\sqrt{\frac{L}{L_0}}}{3(\kappa_c + q)\sqrt{\frac{L}{L_0}} - q}$$

(57)

$$\frac{d\lambda}{dn} = \frac{\sqrt{\frac{L}{L_0}}}{0.79358 \sqrt{\frac{L}{L_0}} - 0.050378} \quad (58)$$

Per $\frac{L}{L_0} = 1$:

$$\left(\frac{d\lambda}{dn}\right)_1 = \frac{2\sqrt{1+\pi\chi_c^2}}{3\chi_c + 29} \quad (59)$$

Dalla 12:

$$q = \frac{1}{\pi\chi_c} - \frac{\chi_c}{2} \quad (60)$$

Sostituendo la 60 nella 59:

$$\left(\frac{d\lambda}{dn}\right)_1 = \frac{\pi\chi_c}{\sqrt{1+\pi\chi_c^2}} = 1.3455 \quad (61)$$

Per $\frac{L}{L_0} = \frac{\pi\sqrt{3}}{2}$, ricordando la 12:

$$\begin{aligned} \frac{dn}{d(L/L_0)} &= \frac{1}{4\pi\chi_c} \left[3\sqrt{\frac{\pi\sqrt{3}}{2}} (2+\pi\chi_c^2) - \sqrt{\frac{2}{\pi\sqrt{3}}} (2-\pi\chi_c^2) \right] = \\ &= 1.9640 \end{aligned} \quad (62)$$

Dalle 54 e 62:

$$\left(\frac{d\lambda}{dn}\right)_{\frac{\pi\sqrt{3}}{2}} = 0.78211 \quad (63)$$

Caso 2: 2 file di nodi:

Dalle 17 e 44, posto:

$$B = \frac{2 - \pi \kappa_c^2}{2\pi \kappa_c} \sqrt{\frac{2}{\pi\sqrt{3}}} \quad (64)$$

$$A = \frac{2 + \pi \kappa_c^2}{2\pi \kappa_c} - \sqrt{\frac{2}{\pi\sqrt{3}}} \left(1 - \sqrt{\frac{2}{\pi\sqrt{3}}}\right) B \quad (65)$$

si ha:

$$n = A \left(\frac{L}{L_0}\right)^{\frac{3}{2}} - B \sqrt{\frac{L}{L_0}} \quad (66)$$

$$\frac{dn}{d(L/L_0)} = \frac{3}{2} A \sqrt{\frac{L}{L_0}} - \frac{B}{2} \sqrt{\frac{L_0}{L}} \quad (67)$$

Dalle 55 e 65:

$$\frac{d\lambda}{dn} = \frac{2\sqrt{L + \pi \kappa_c^2}}{3A\sqrt{\frac{L}{L_0}} - B\sqrt{\frac{L_0}{L}}} \quad (68)$$

$$\text{Per } \frac{L}{L_0} = \frac{\pi\sqrt{3}}{2} :$$

$$\left(\frac{d\lambda}{dn}\right)_{\frac{\pi\sqrt{3}}{2}} = 0.79721 \quad (69)$$

-2.3- Momento motore medio in un intervallo di scarica assegnato

$\bar{M}_{1,2}$ = Momento motore medio nell'intervallo di giri di scarica $N_1; N_2$

$$\bar{M}_{1,2} 2\pi (N_1 - N_2) = \eta (\ell_1 - \ell_2) \quad (70)$$

$$N_1 - N_2 = \frac{L_0^{\frac{3}{2}}}{\bar{V}} (n_1 - n_2) \quad (71)$$

$$\ell_1 - \ell_2 = \bar{V} \int_{\lambda_2}^{\lambda_1} \sigma d\lambda = \bar{V} (e - e) \quad (72)$$

Segue:

$$\bar{M}_{1,2} = \eta \frac{S_0^{\frac{3}{2}}}{2\pi} \frac{e_1 - e_2}{n_1 - n_2} \quad (73)$$

-3- TABULAZIONE DELLE FUNZIONI UTILI PER L'APPLICAZIONE DELLA TEORIA. ESEMPIO DI CALCOLO

-3.1- Tabulazione Figg. 6.1; 6.2

$$\text{Riga} \quad 0 \div 104$$

$$L/L0 \quad 1 \div 7,402$$

$$L1/L0 \quad 1 \div 2,721$$

$$\text{lambda} = \text{allungamento} \quad 0 \div 10,322$$

$$n_c \quad 0 \div 13,251$$

$$\Delta n_1 = \Delta n_1 \quad 0 \div 1,922$$

$$\Delta n_2 = \Delta n_2 \quad 0 \div 0,439$$

$$n = n_c + \Delta n_1 + \Delta n_2 \quad 0 \div 15,662$$

$$\frac{d\lambda}{dn} = \frac{d\lambda}{dn} \quad 0 \div 1,321$$

Riga	L/L0	L1/L0	lambda	nc	dn1	dn2	n	dln	
0	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0 nodi
1	1.000	1.000	0.100	0.259	0.000	0.000	0.259	0.738	
2	1.000	1.000	0.200	0.374	0.000	0.000	0.374	0.980	
3	1.000	1.000	0.300	0.469	0.000	0.000	0.469	1.133	
4	1.000	1.000	0.400	0.553	0.000	0.000	0.553	1.240	
5	1.000	1.000	0.500	0.631	0.000	0.000	0.631	1.321	
6	1.041	1.000	0.600	0.699	0.007	0.000	0.706	1.315	1 fila di nodi
7	1.107	1.000	0.700	0.766	0.017	0.000	0.783	1.271	
8	1.172	1.000	0.800	0.834	0.029	0.000	0.863	1.231	
9	1.237	1.000	0.900	0.905	0.041	0.000	0.946	1.194	
10	1.302	1.000	1.000	0.977	0.053	0.000	1.031	1.161	
11	1.367	1.000	1.100	1.052	0.066	0.000	1.118	1.130	
12	1.432	1.000	1.200	1.128	0.080	0.000	1.208	1.102	
13	1.497	1.000	1.300	1.205	0.094	0.000	1.299	1.075	
14	1.562	1.000	1.400	1.285	0.109	0.000	1.394	1.051	
15	1.627	1.000	1.500	1.366	0.124	0.000	1.490	1.028	
16	1.692	1.000	1.600	1.449	0.139	0.000	1.588	1.006	
17	1.758	1.000	1.700	1.533	0.155	0.000	1.689	0.986	
18	1.823	1.000	1.800	1.619	0.172	0.000	1.791	0.967	
19	1.888	1.000	1.900	1.707	0.189	0.000	1.895	0.949	
20	1.953	1.000	2.000	1.796	0.206	0.000	2.002	0.932	
21	2.018	1.000	2.100	1.886	0.224	0.000	2.110	0.916	2 file di nodi
22	2.083	1.000	2.200	1.978	0.242	0.000	2.220	0.901	
23	2.148	1.000	2.300	2.071	0.260	0.000	2.332	0.886	
24	2.213	1.000	2.400	2.166	0.279	0.000	2.446	0.872	
25	2.278	1.000	2.500	2.263	0.299	0.000	2.561	0.859	
26	2.343	1.000	2.600	2.360	0.318	0.000	2.679	0.846	
27	2.408	1.000	2.700	2.459	0.338	0.000	2.798	0.834	
28	2.474	1.000	2.800	2.560	0.359	0.000	2.918	0.822	
29	2.539	1.000	2.900	2.661	0.379	0.000	3.041	0.811	
30	2.604	1.000	3.000	2.764	0.401	0.000	3.165	0.800	
31	2.669	1.000	3.100	2.869	0.422	0.000	3.291	0.790	
32	2.734	1.005	3.200	2.974	0.443	0.001	3.418	0.795	
33	2.799	1.029	3.300	3.081	0.458	0.005	3.544	0.786	
34	2.864	1.053	3.400	3.189	0.475	0.008	3.672	0.776	
35	2.929	1.077	3.500	3.299	0.491	0.012	3.802	0.768	
36	2.994	1.101	3.600	3.409	0.507	0.016	3.933	0.759	
37	3.059	1.124	3.700	3.521	0.524	0.020	4.065	0.751	
38	3.124	1.148	3.800	3.634	0.541	0.025	4.199	0.742	
39	3.190	1.172	3.900	3.748	0.558	0.029	4.335	0.735	
40	3.255	1.196	4.000	3.863	0.575	0.033	4.471	0.727	
41	3.320	1.220	4.100	3.980	0.592	0.038	4.610	0.720	
42	3.385	1.244	4.200	4.097	0.610	0.042	4.749	0.713	
43	3.450	1.268	4.300	4.216	0.627	0.047	4.890	0.706	
44	3.515	1.292	4.400	4.336	0.645	0.051	5.033	0.699	
45	3.580	1.316	4.500	4.457	0.663	0.056	5.176	0.693	
46	3.645	1.340	4.600	4.579	0.681	0.061	5.321	0.686	
47	3.710	1.364	4.700	4.702	0.700	0.066	5.468	0.680	
48	3.775	1.388	4.800	4.827	0.718	0.071	5.616	0.674	
49	3.841	1.412	4.900	4.952	0.737	0.076	5.765	0.668	
50	3.906	1.436	5.000	5.079	0.756	0.081	5.915	0.662	
51	3.971	1.459	5.100	5.206	0.775	0.086	6.067	0.657	
52	4.036	1.483	5.200	5.335	0.794	0.091	6.219	0.651	

Fig. 6.1

Riga	L/L0	L1/L0	lambda	nc	dn1	dn2	n	dln
52	4.036	1.483	5.200	5.335	0.794	0.091	6.219	0.651
53	4.101	1.507	5.300	5.464	0.813	0.096	6.374	0.646
54	4.166	1.531	5.400	5.595	0.832	0.102	6.529	0.641
55	4.231	1.555	5.500	5.726	0.852	0.107	6.686	0.636
56	4.296	1.579	5.600	5.859	0.872	0.113	6.843	0.631
57	4.361	1.603	5.700	5.993	0.892	0.118	7.003	0.626
58	4.426	1.627	5.800	6.127	0.912	0.124	7.163	0.621
59	4.491	1.651	5.900	6.263	0.932	0.129	7.324	0.617
60	4.557	1.675	6.000	6.400	0.952	0.135	7.487	0.612
61	4.622	1.699	6.100	6.537	0.973	0.141	7.651	0.608
62	4.687	1.723	6.200	6.676	0.993	0.147	7.816	0.604
63	4.752	1.747	6.300	6.815	1.014	0.153	7.982	0.599
64	4.817	1.770	6.400	6.956	1.035	0.159	8.150	0.595
65	4.882	1.794	6.500	7.097	1.056	0.165	8.318	0.591
66	4.947	1.818	6.600	7.240	1.077	0.171	8.488	0.587
67	5.012	1.842	6.700	7.383	1.098	0.177	8.659	0.583
68	5.077	1.866	6.800	7.528	1.120	0.183	8.831	0.580
69	5.142	1.890	6.900	7.673	1.142	0.189	9.004	0.576
70	5.207	1.914	7.000	7.819	1.163	0.196	9.178	0.572
71	5.273	1.938	7.100	7.966	1.185	0.202	9.353	0.569
72	5.338	1.962	7.200	8.114	1.207	0.209	9.530	0.565
73	5.403	1.986	7.300	8.263	1.229	0.215	9.707	0.562
74	5.468	2.010	7.400	8.413	1.252	0.222	9.886	0.558
75	5.533	2.034	7.500	8.563	1.274	0.228	10.066	0.555
76	5.598	2.058	7.600	8.715	1.297	0.235	10.246	0.552
77	5.663	2.081	7.700	8.867	1.319	0.242	10.428	0.548
78	5.728	2.105	7.800	9.021	1.342	0.248	10.611	0.545
79	5.793	2.129	7.900	9.175	1.365	0.255	10.795	0.542
80	5.858	2.153	8.000	9.330	1.388	0.262	10.980	0.539
81	5.923	2.177	8.100	9.486	1.411	0.269	11.166	0.536
82	5.989	2.201	8.200	9.643	1.435	0.276	11.353	0.533
83	6.054	2.225	8.300	9.800	1.458	0.283	11.541	0.530
84	6.119	2.249	8.400	9.959	1.482	0.290	11.730	0.527
85	6.184	2.273	8.500	10.118	1.505	0.297	11.920	0.524
86	6.249	2.297	8.600	10.278	1.529	0.304	12.112	0.522
87	6.314	2.321	8.700	10.439	1.553	0.311	12.304	0.519
88	6.379	2.345	8.800	10.601	1.577	0.319	12.497	0.516
89	6.444	2.369	8.900	10.764	1.601	0.326	12.691	0.514
90	6.509	2.393	9.000	10.927	1.626	0.333	12.886	0.511
91	6.574	2.416	9.100	11.092	1.650	0.341	13.083	0.508
92	6.640	2.440	9.200	11.257	1.675	0.348	13.280	0.506
93	6.705	2.464	9.300	11.423	1.699	0.356	13.478	0.503
94	6.770	2.488	9.400	11.589	1.724	0.363	13.677	0.501
95	6.835	2.512	9.500	11.757	1.749	0.371	13.877	0.499
96	6.900	2.536	9.600	11.925	1.774	0.379	14.078	0.496
97	6.965	2.560	9.700	12.095	1.799	0.386	14.280	0.494
98	7.030	2.584	9.800	12.264	1.825	0.394	14.483	0.491
99	7.095	2.608	9.900	12.435	1.850	0.402	14.687	0.489
100	7.160	2.632	10.000	12.607	1.876	0.410	14.892	0.487
101	7.225	2.656	10.100	12.779	1.901	0.418	15.098	0.485
102	7.290	2.680	10.200	12.952	1.927	0.426	15.305	0.483
103	7.356	2.704	10.300	13.126	1.953	0.434	15.512	0.480
104	7.402	2.721	10.372	13.251	1.972	0.439	15.662	0.479

2 file di nodi

Fig. 6.2

20/25

-3,2- Esempio di calcolo

Dati sperimentali: Figg. 7.1; 7.2

lambda	sigma (gr/cm ²)	e (gr/cm ²)	lambda	sigma (gr/cm ²)	e (gr/cm ²)
0.0	0	0	4.6	15514	46822
0.2	1504	152	4.8	15962	49969
0.4	2904	595	5.0	16484	53212
0.6	4202	1307	5.2	17094	56568
0.8	5399	2269	5.4	17808	60057
1.0	6497	3460	5.6	18642	63700
1.2	7500	4861	5.8	19614	67523
1.4	8410	6454	6.0	20741	71556
1.6	9231	8219	6.2	22040	75831
1.8	9968	10140	6.4	23531	80384
2.0	10626	12201	6.6	25233	85257
2.2	11212	14386	6.8	27166	90493
2.4	11731	16682	7.0	29351	96140
2.6	12191	19075	7.2	31808	102252
2.8	12598	21554	7.4	34560	108883
3.0	12963	24111	7.6	37629	116097
3.2	13293	26737	7.8	41038	123957
3.4	13598	29427	8.0	44810	132536
3.6	13888	32175	8.2	48971	141907
3.8	14174	34982	8.4	53544	152152
4.0	14467	37845	8.6	58556	163354
4.2	14780	40770	8.8	64032	175605
4.4	15124	43760	9.0	70000	189000

Fig. 7.1

↑
rottura

Dati:

Peso specifico matassa $\gamma = 0.95 \text{ gr/cm}^3$

Rendimento di scansa $\eta = 0.9$

Peso matassa $P = 35 \times 0.98 = 34.3 \text{ gr}$

Volume matassa $V = \frac{34.3}{0.95} \approx 36 \text{ cm}^3$

Lunghezza matassa $L_0 = 36 \text{ cm} \quad (S_0 = 1 \text{ cm}^2)$

Giri max/Giri rottura $= 0.9$

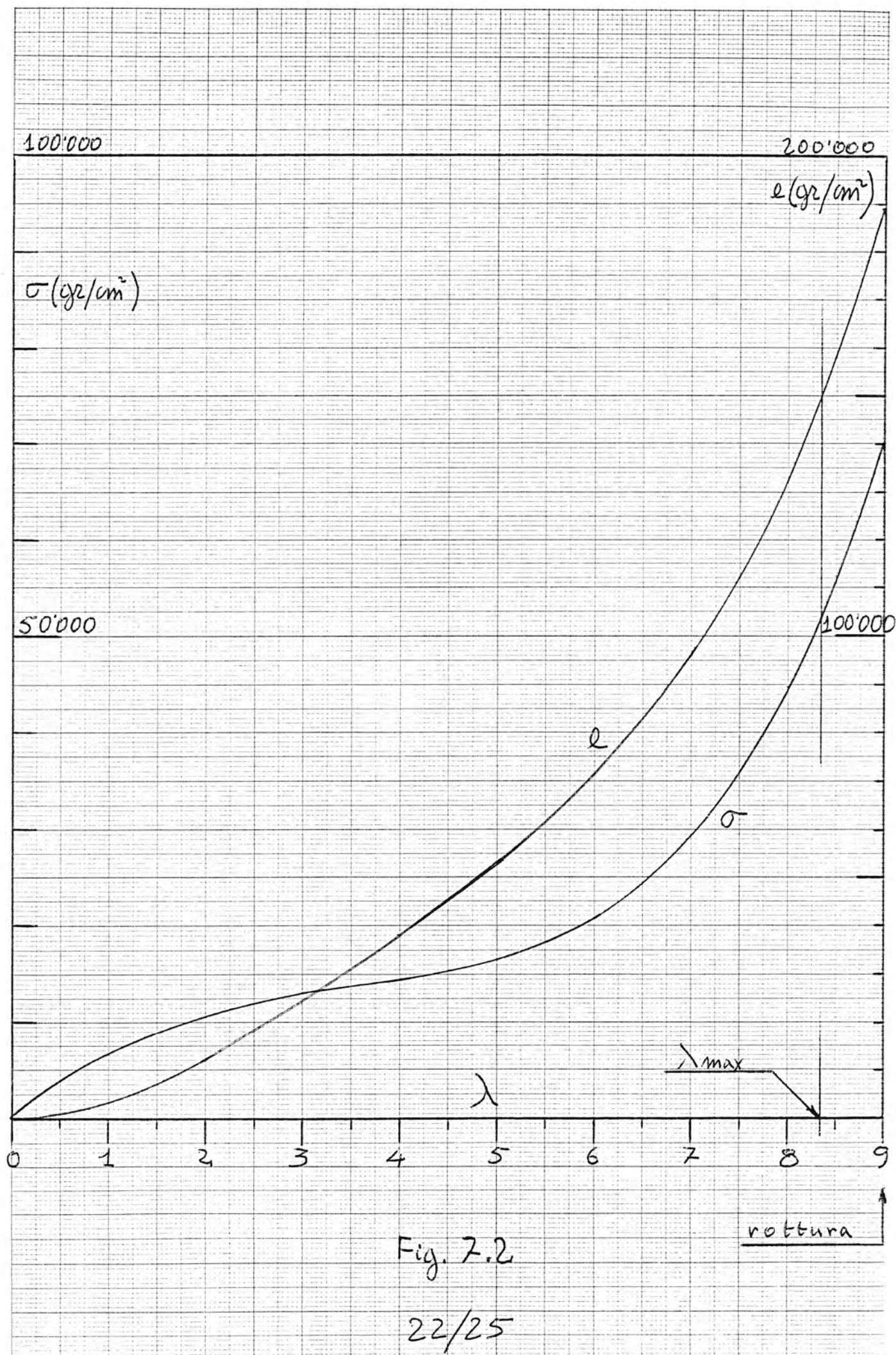


Fig. 7.2

Si calcola:

Giri adimensionali di rottura:

$$P_n \lambda_r = 9 \quad n_r = 12,886 \quad (\text{Fig. 6.2})$$

$$\text{Giri adimensionali massimi} = 0,9 \times 12,886 = 11,5974$$

$$\lambda_{mx} = 8,3 + 0,1 \frac{11,5974 - 11,541}{11,730 - 11,541} = 8,33 \quad (\text{Interpolazione delle righe 83; 84 Fig. 6.2})$$

$$\text{Giri di rottura} = 12,886 \times \frac{L_0^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{V}} = 12,886 \frac{36^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{36}} = 464$$

$$\text{Giri massimi} = 0,9 \times 464 = 418$$

Momento motore:

$$M = \eta \frac{S_0^{\frac{3}{2}}}{2\pi} \sigma \frac{d\lambda}{dn}$$

(52)

$$M = \frac{0,9}{2\pi} \sigma \frac{d\lambda}{dn}$$

λ	σ / cm^2	n	N	$d\lambda/dn$	$M_{gr, cm}$
1	6497	1,031	37,1	1,161	1080
2	10626	2,002	72,1	0,932	1419
3	12963	3,165	114	0,800	1485
4	14467	4,471	161	0,727	1507
5	16484	5,915	213	0,662	1563
6	20741	7,487	269	0,612	1818
7	29351	9,128	330	0,572	2405
8	44810	10,98	395	0,539	3460
9	70000	12,886	464	0,511	5124

Fig. 8

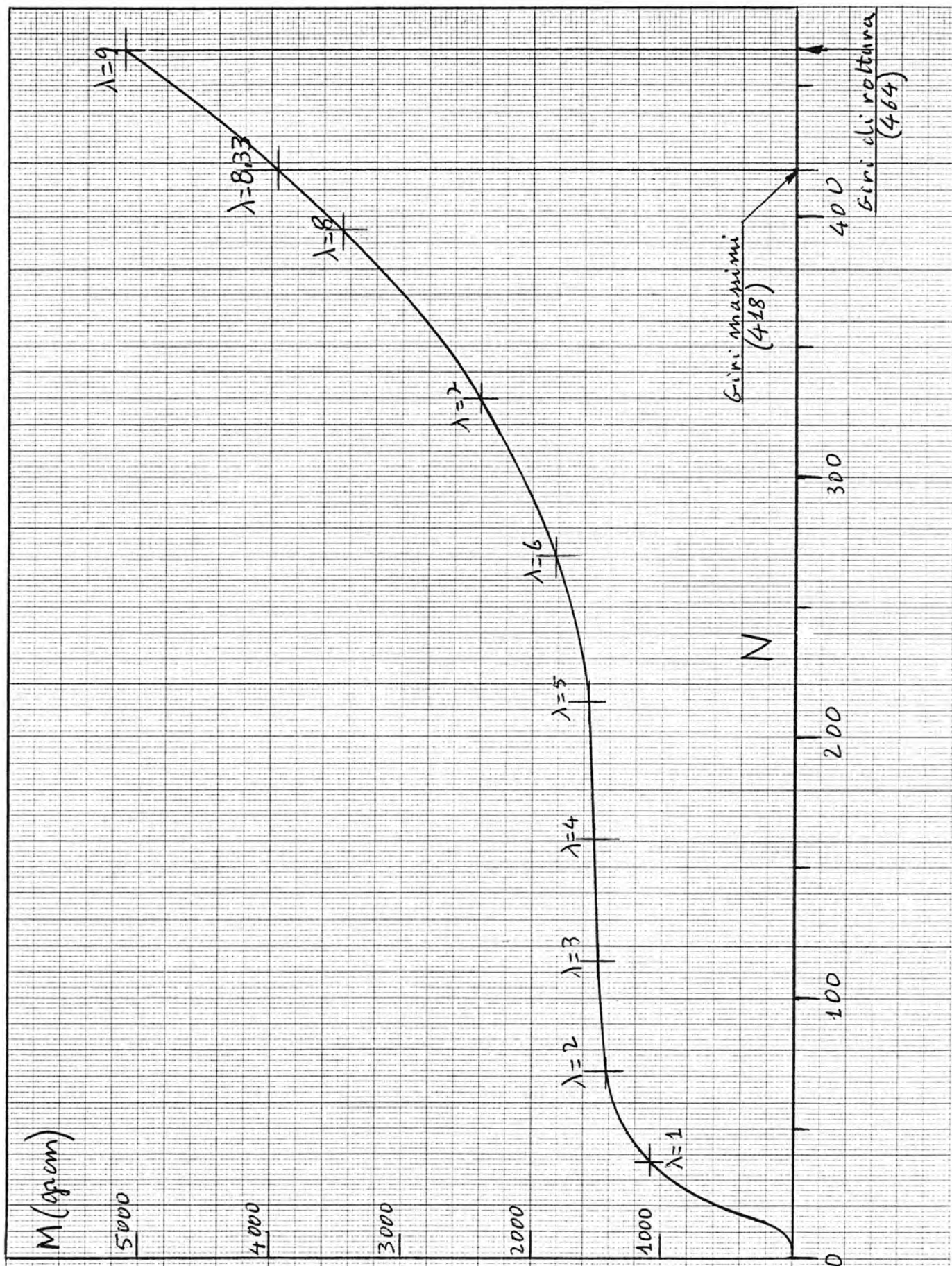


Fig. 9

Momento motore medio nell'intervallo
0 ÷ giri massimi:

$$\bar{M} = \eta \frac{S_0^{\frac{3}{2}}}{2\pi} \frac{l_{mx}}{n_{mx}}$$

(73)

Da Fig. 7.2:

$$l_{mx} \approx 150'000 \text{ gr/cm}^2$$

Inoltre

$$n_{mx} = 11,5924 ; \eta = 0,9 ; S_0 = 1 \text{ cm}^2$$

Segue:

$$\bar{M} = 0,9 \times \frac{1^{\frac{3}{2}}}{2\pi} \frac{150'000}{11,5924} = 1853 \text{ gr cm}$$