

TEORIA DELLA MATASSA ELASTICA (03/2014)

Filippo Surace NIKE Milano

Ho affrontato questo argomento nel "Terzo Convegno di Tecnica Aeromodellistica" del 1997. In quella occasione avevo introdotto come drastica semplificazione l'ipotesi monodimensionale che analizzava il comportamento della matassa introducendo un raggio medio di avvolgimento opportunamente valutato.

In questo studio riprendo in esame l'argomento in maniera più approfondita, trattando il problema in forma bidimensionale, e analizzando quindi il comportamento dei fili in funzione della loro posizione nella sezione della matassa stessa.

- Principali ipotesi semplificative:

- Si considera la matassa costituita da un numero di fili sufficientemente grande perchè lo stato di sollecitazione sia riconducibile ad una sollecitazione di trazione in tutti i fili. In altri termini non si considera la componente di torsione, che si annulla quando la sezione del filo tende a zero (numero di fili infinito).

- A causa dell'elevato rapporto lunghezza/diametro della matassa possiamo ritenere che ciascun filo occupi tutte le posizioni possibili nella sezione della matassa, e ritenere quindi che l'allungamento e lo stato di sollecitazione siano uniformi in tutta la matassa (compensazione totale delle lunghezze).

- Si trascurano gli effetti della compressione trasversale del filo, dovuta ai fili adiacenti.

- Il calcolo dell'equilibrio elastico viene eseguito in condizioni ideali di attrito nullo. Si tiene conto delle perdite durante la scarica introducendo un rendimento di scarica che risulta sperimentalmente piuttosto elevato, almeno in condizioni di buona lubrificazione della matassa.

- Il volume della matassa è considerato costante ed indipendente dall'allungamento. E' questa un'ipotesi classica per i sistemi molto deformabili.

- Infine è importante rilevare che essendo l'accumulo e la restituzione dell'energia dovuti essenzialmente alla deformazione di trazione della gomma, è giustificata la pratica sperimentale di prova a trazione su fili di lunghezza e sezione qualunque.

La carica della matassa viene di solito eseguita partendo da una distanza fra i ganci minore di quella che compete all'allungamento massimo, e che viene mantenuta costante fino al raggiungimento della condizione critica di inizio formazione dei "nodi", alla quale segue la fase successiva di rientro. Questo allo scopo di minimizzare la forza di trazione, e i danni per una eventuale rottura della matassa in fase di carica. Per una trattazione più agevole si preferisce di seguito partire dalla condizione iniziale di massimo allungamento previsto, che rimane costante durante la carica. Naturalmente i risultati dei calcoli non sono influenzati da questa scelta.

Figure e formule, numerate in parentesi tonde, sono riportate negli Allegati "A".

-1-CINEMATICA DELL'AVVOLGIMENTO-

-1.1-Assenza di nodi: Relazione fra rotazione e lunghezza matassa a lunghezza media dei fili costante

Con riferimento alla Fig. 1.1.1 la lunghezza media della matassa durante l'avvolgimento si ottiene per integrazione della lunghezza locale, funzione della posizione del filo, dell'angolo di rotazione e della lunghezza che la matassa assume nella configurazione in esame.

Essendo costante la lunghezza media secondo le ipotesi fatte, le (1.1.1) e (1.1.2) esprimono la relazione fra lunghezza e rotazione durante la carica.

In particolare per rotazione nulla la (1.1.1) si azzerava e la (1.1.2) assume la forma 0/0 che risolta, dimostra la coincidenza fra lunghezza matassa e lunghezza media dei fili, in accordo con quanto ipotizzato.

La (1.1.4), ricavabile facilmente dalle (1.1.2) e (1.1.3), esprime la relazione fra la grandezza 't' ed il rapporto fra lunghezza e lunghezza massima della matassa durante la carica. Introducendo infine il volume della matassa si ottiene la relazione fondamentale fra rotazione e rapporto delle lunghezze "x" (1.1.7).

-1.2-Transizione alla 1° fila di nodi: condizione di stazionarietà della energia

Mediante le (1.1.2), (1.1.6) esprimiamo la lunghezza media in funzione della lunghezza e della rotazione della matassa. La condizione di stazionarietà si esprime mediante l'annullamento del differenziale dell'energia, e quindi della lunghezza media, rispetto alle variabili suddette ((1.2.1)).

Introducendo nella (1.2.1) la lunghezza media ed il valore di 't' espresso in funzione delle variabili di derivazione, si ottiene la condizione di stazionarietà in forma più esplicita (1.2.2). Le espressioni successive da (1.2.3) a (1.2.6) completano secondo la (1.2.7) la definizione della condizione di stazionarietà, in funzione della lunghezza, della rotazione e dei relativi incrementi.

La soluzione della (1.2.7) richiede la definizione del rapporto fra gli incrementi di rotazione e lunghezza che si ottiene dall'analisi della formazione di un nodo, analisi molto complessa, di cui ci limitiamo a riportare i risultati relativi alla generazione di un nodo:

-La rotazione richiesta per la generazione del nodo è minore di un giro (1.2.8)

-La condizione di invarianza della lunghezza media è soddisfatta adottando per il raggio all'interno del nodo un valore diverso (in pratica sempre maggiore) da quello della matassa a monte, secondo il rapporto indicato con ottima approssimazione dalla (1.2.9).

Tenendo conto delle suddette condizioni si calcolano i dati di rotazione e geometrici del nodo secondo le formule di Fig. 1.2.1 e le formule da (1.2.10) a (1.2.13), che sostituite nella (1.2.7) forniscono la (1.2.14) che definisce il valore critico di 't' che dà luogo alla transizione.

Quanto elaborato finora è relativo alla ipotesi ideale di configurazione dei

nodi illustrata nella Fig.1.2.1. In realtà un certo allontanamento da questa configurazione è molto probabile. Ci proponiamo di valutarne gli effetti analizzando la configurazione limite di matassa con sezione quadrata ai nodi, riportata in Fig.1.2.2. La matassa reale sarà ottenuta come combinazione lineare dei due casi limite. Sempre in Fig.1.2.2 sono riportati i principali dati geometrici in funzione del lato della sezione quadrata, completati dalle (1.2.15), (1.2.16), (1.2.17). Introducendo il raggio equivalente definito dalla (1.2.18) si ottengono le formule da (1.2.19) a (1.2.23).

Nella tabella che segue sono confrontati i dati geometrici relativi alle due configurazioni limite, espressi in funzione dei raggi ai nodi:

V=volume

R=raggio della sezione rotonda

Re=raggio equivalente della sezione quadrata

	<u>Sez. rotonda</u>	<u>Sez. quadrata</u>
Seno	0.3675526	0.3183099
Coseno	0.9300027	0.9479867
Passo	$2.150531 \times R$	$1.869703 \times Re$
Lung. spira	$5.850948 \times R$	$5.873846 \times Re$
N° nodi a pacco	$0.05440312 \times V/R^3$	$0.05419105 \times V/Re^3$
Lung. pacco	$0.1169956 \times V/R^2$	$0.1013212 \times V/Re^2$

-1.3-Combinazione lineare dei casi limite illustrati al punto -1.2- e ricalcolo della condizione di stazionarietà

La combinazione dei due casi limite viene eseguita sulle grandezze che definiscono la configurazione di pacco: numero di nodi e passo.

Nell'allegato A6 sono illustrati i simboli utilizzati per la combinazione dei due casi limite. Le formule successive, da (1.3.1) a (1.3.4) definiscono numeri di nodi e passi nei due casi limite. Moltiplicando il numero di nodi per il passo si ottiene la lunghezza della matassa a pacco (1.3.11) in funzione dei coefficienti da (1.3.5) a (1.3.8) e delle (1.3.9) e (1.3.10).

Infine l'elaborazione dei coefficienti della (1.3.11) porta alla definizione della (1.3.12) che consente una formulazione semplice della lunghezza del pacco (1.3.13). I successivi esempi numerici indicano una quasi linearità dell'andamento di questa lunghezza in funzione del coefficiente ponderale, ed un'escursione massima dell'ordine del 13%.

Si ricalcola adesso la condizione di stazionarietà (1.2.1) introducendo il nuovo valore corretto della variazione di distanza fra i ganci per la generazione di un nodo, espresso dalla (1.3.14). Sviluppando si ottengono le (1.3.15), (1.3.16) che sostituite nella (1.2.7) forniscono la condizione di transizione aggiornata (1.3.17). Naturalmente azzerando il coefficiente ponderale, la (1.3.17) si identifica con la (1.2.14).

Tenendo presente la (1.2.9), la (1.3.17) definisce il valore critico di "t" di transizione una volta fissati il coefficiente ponderale ed il coefficiente "eta" definito dalla (1.2.8). Si propone per questo coefficiente il valore espresso dalla (1.3.18) che si ricava dallo studio della generazione di una spira con rapporti geometrici corrispondenti a quelli in esame. Segue che la condizione di transizione è solo funzione del coefficiente ponderale.

Nella tabella che segue sono riportati i valori critici di "t" e dei rapporti fra

le lunghezze critiche e massime della matassa (1.1.3), calcolati con il metodo di Newton per 5 valori del coefficiente ponderale "csi":

csi	tcr	$L_{01}/L_x = x_{cr}$
0.00	1.41510012	0.714727077
0.25	1.42336484	0.712739130
0.50	1.43145687	0.710798281
0.75	1.43938122	0.708903023
1.00	1.44714272	0.707051904

Si osserva che i valori critici subiscono variazioni modeste in funzione del coefficiente ponderale; la sua scelta non è quindi particolarmente importante agli effetti del risultato dei calcoli.

-1.4-Calcolo dei giri in funzione della configurazione della matassa e dell'allungamento: giri caratteristici

-1.4.1-Prima parte della carica: assenza di nodi

Secondo le ipotesi fatte la carica parte dalla condizione di giri nulli e lunghezza della matassa corrispondente all'allungamento scelto che rimane costante durante tutta la carica; la lunghezza della matassa si riduce secondo la (1.1.3) e i giri sono dati dalla (1.4.1.1), con la ovvia limitazione (1.4.1.2). Si osserva che i giri sono espressi come prodotto di funzioni adimensionali della lunghezza della matassa durante la carica e dell'allungamento, per la radice quadrata del cubo della lunghezza libera della matassa divisa per il volume della matassa stessa. L'introduzione di questa grandezza che chiamiamo "giri caratteristici" (1.4.1.3) rende possibile la generalizzazione dei risultati di calcolo esprimibili in tabulati calcolati per giri caratteristici = 1.

-1.4.2-Seconda parte della carica: prima fila di nodi

Si ha inizio di formazione di nodi quando l'allungamento supera il valore critico (1.4.2.1). Indichiamo con "L12" la lunghezza della matassa con la prima fila di nodi completa (pacco) e con "BB" la funzione di "B" e "csi" che definisce la "L12" secondo la (1.3.13). La "L12" viene così definita dalla (1.4.2.2). Dalle (1.3.9), (1.4.2.3), (1.4.2.4), (1.4.2.5) si deduce inoltre il numero di nodi a pacco.

Infine, considerando che la lunghezza della matassa con una fila incompleta di nodi è funzione lineare del numero di nodi, il calcolo dei nodi viene eseguito secondo la (1.4.2.6) che sviluppata, diviene la (1.4.2.8). La (1.4.2.9) fornisce i giri corrispondenti.

Imponendo l'uguaglianza fra lunghezza della prima fila completa e lunghezza fra i ganci si ottiene l'allungamento corrispondente alla prima fila completa di nodi secondo le formule da (1.4.2.10) a (1.4.2.12).

-1.4.3-Terza parte della carica: seconda fila di nodi

La condizione di inizio della formazione della seconda fila di nodi è espressa dalla (1.4.3.1). Analogamente a quanto fatto per la prima fila di nodi, le (1.4.3.2) e (1.4.3.3) definiscono la lunghezza ed il numero di nodi della matassa con seconda fila completa. La (1.4.3.6) definisce in forma esplicita la (1.4.3.3). Infine le (1.4.3.10) e (1.4.3.11) forniscono il numero di

nodi nella seconda fila in funzione dell'allungamento e ovviamente dei giri caratteristici. La (1.4.3.12) fornisce i giri corrispondenti.

La (1.4.3.13) definisce l'allungamento massimo relativo alla formazione della seconda fila di nodi. Per allungamenti maggiori si passa alla terza fila. Questo caso non viene esaminato in quanto introducendo nella (1.4.3.13) dati plausibili si ottengono allungamenti critici non inferiori a circa 16, valore nettamente al disopra di quelli riscontrabili sperimentalmente.

Nell'allegato A13 sono tabulati i risultati del calcolo dei giri per allungamenti compresi fra 0 ed il limite massimo della doppia fila di nodi per $csi=0.5$, con "eta" e "fi" forniti dalle (1.3.18) e (1.2.9), ovviamente per $t=tcr$:

L_0 = lunghezza libera

lam = allungamento

L_x = lunghezza matassa all'allungamento lam e giri 0

L_{01} = lunghezza matassa ai giri critici di inizio formazione nodi

Giri caratteristici = 1:

n_0 = giri in assenza di nodi

n_1 = giri in presenza 1° fila di nodi

n_2 = giri in presenza 2° fila di nodi

nn = $n_0+n_1+n_2$

I giri effettivi si ottengono moltiplicando "nn" per i giri caratteristici.

Infine nell'ultima colonna sono riportate le derivate dell'allungamento rispetto alla rotazione in radianti. Come si vedrà in seguito questo dato diviso per i giri caratteristici è utilizzato per il calcolo del momento durante la scarica.

Negli allegati A14, A15, A16 relativi rispettivamente a $csi = 0, 0.5, 1$, allo scopo di ottenere un miglior dettaglio l'allungamento massimo è stato limitato al valore 11.5, più che sufficiente a coprire tutto il campo di allungamenti prevedibili. Nella tabella che segue riportiamo per i tre valori di csi considerati, gli allungamenti relativi alla prima fila completa di nodi ed i valori di "nn" per allungamento = 9. Nell'ultima colonna sono riportati gli errori percentuali di "nn" riferiti al caso $csi = 0.5$:

csi	lam12	lam=9	
		nn	e%
0.0	3.8606	11.231	+0.71
0.5	4.2390	11.152	0.00
1.0	4.6734	11.080	-0.65

Si osserva che mentre l'allungamento di transizione lam_{12} varia non poco al variare di "csi", l'errore su "nn" riferito a $csi = 0.5$ è molto piccolo per allungamenti elevati: es. poco più di 3 giri su 450 nel caso in esame. E' quindi consigliabile adottare il caso $csi = 0.5$.

-2- Caratterizzazione della matassa: energia, forze e momenti

-2.1- Energia

Definiamo l'energia specifica di un campione di gomma di sezione costante come l'energia per unità di peso, che è funzione dell'allungamento e ha le dimensioni di una lunghezza (es. grxcm/gr). Questa funzione viene ricavata per integrazione dei dati sperimentali della forza di trazione in funzione dell'allungamento. Per l'utilizzazione pratica è in genere conveniente porre l'energia specifica nella forma indicata nella (2.1.1) dove l'allungamento massimo dovrebbe essere, se possibile, quello al limite di rottura. (L'esponente minimo dell'allungamento = 2 è dettato dalla condizione che per allungamento nullo si annulli la sollecitazione che è proporzionale alla derivata dell'energia rispetto all'allungamento). Il vantaggio di porre l'energia specifica nella forma (2.1.1) consiste sia nella possibilità di correggere eventuali errori sperimentali mediante "smoothing", sia di facilitare successive elaborazioni. E' inoltre interessante osservare che in molti casi si possono ottenere risultati soddisfacenti limitando il numero di componenti del polinomio agli indici 2, 3, 9.

Moltiplicando l'energia specifica per il peso del campione si ottiene l'energia del campione (2.1.2), dalla quale si ricava la forza di trazione per derivazione rispetto alla lunghezza.

-2.1.1- Correzione dell'allungamento

Si ricorda che una corretta sperimentazione richiede di eseguire le misurazioni in "restituzione", partendo dall'allungamento massimo per arrivare all'allungamento di forza nulla. Se, come quasi sempre si verifica, l'allungamento residuo è >0 , è necessario introdurre una correzione degli allungamenti misurati, che tenga conto del fatto che, ferma restando la lunghezza massima del campione, la lunghezza a sollecitazione nulla coincide con la lunghezza residua di prova. La (2.1.1.1) fornisce il valore corretto della lunghezza minima, e la (2.1.1.2) la lunghezza massima misurata. La (2.1.1.3) impone l'invarianza della lunghezza massima, che definisce l'allungamento massimo corretto (2.1.1.4).

In A19 è riportato un esempio di file sperimentale utilizzato in NIKE; l'allungamento massimo, non corretto, è diviso in 100 intervalli equidistanti.

Grazie alla correzione dell'allungamento, nel seguito si potrà limitare la trattazione a matasse prive di allungamento residuo.

-2.2- Carica della matassa in assenza di nodi

-2.2.1- Calcolo del Tiro

Si parte dalla condizione iniziale di matassa con lunghezza corrispondente all'allungamento stabilito, e giri nulli. Durante la carica, ad allungamento costante, vale la formula (1.1.2), nella quale cambia la lunghezza della matassa in funzione dei giri, restando invariata la lunghezza media dei fili. Calcoliamo la forza di trazione (T) durante la carica considerando che per ogni configurazione della matassa il tiro è proporzionale alla derivata parziale della lunghezza media dei fili rispetto alla lunghezza della matassa, a rotazione costante (2.2.1.1). Sviluppando la (2.2.1.1) si ottiene la suddetta derivata nella forma (2.2.1.2) che, semplificata diviene la (2.2.1.3).

Inoltre essendo il limite della derivata per rotazione nulla = 1, si deduce per il tiro la (2.2.1.4), dove il valore massimo, per $t = 0$ (2.2.1.5) si ottiene per derivazione della (2.1.2).

-2.2.2-Calcolo del Momento

Essendo la carica a lunghezza media costante, la somma dei lavori del momento e del tiro è nulla (2.2.2.1). Segue l'espressione del momento in funzione del tiro (2.2.2.2). Lo sviluppo piuttosto complesso che per brevità si omette, fornisce la formula (2.2.2.3), dove oltre alle solite grandezze figura anche il raggio "R" della matassa fornito dalla (2.2.2.4).

-2.3-Carica della matassa in presenza di nodi

Fino a completamento della prima fila di nodi, la carica avviene a tiro e momento costanti, corrispondenti ai valori raggiunti all'inizio della formazione della prima fila di nodi. Nel caso di formazione di una seconda fila di nodi, sempre a momento costante, il prodotto del tiro per il passo rimane costante, in quanto rimane costante il prodotto del momento per la rotazione necessaria a creare un nodo. Segue la condizione (2.3.1) e, tenendo presente la (1.4.2.11), la (2.3.2).

In A21 è illustrato il caso limite di allungamento al limite massimo di formazione di doppia fila di nodi nel caso di coefficiente ponderale 0.5. Il valore elevatissimo dell'allungamento supera largamente i limiti attualmente riscontrabili in pratica. In A22 è illustrato a parità di altre condizioni, il caso di allungamento 9.5.

-2.4-Fase di scarica: Calcolo dei momenti

Il calcolo del momento di scarica viene eseguito con la condizione di lunghezza costante della matassa.

Il valore del momento in funzione dell'allungamento è dato dalla (2.4.1), e in forma più esplicita dalla (2.4.2). Più interessante nel caso di simulazione della fase di salita di un aeromodello è il calcolo del momento medio in un assegnato intervallo di allungamenti, e dei corrispondenti livelli energetici.

Le formule da (2.4.3) a (2.4.7) consentono il calcolo del momento medio con l'aiuto delle tabelle A14, A15, A16. Come esempio si riporta in A24 il confronto fra i due metodi di calcolo. Per il calcolo del momento medio si è assunto l'intervallo di allungamenti $\pm 2.5\%$. Si osserva che essendo l'intervallo molto stretto gli scostamenti del momento medio rispetto a quello base sono molto piccoli.

-3-Conclusioni

-La teoria bidimensionale della matassa elastica è inevitabilmente più complessa della monodimensionale, ma presenta un'accuratezza notevolmente superiore. Inoltre il calcolo dei dati importanti per l'applicazione ha la stessa semplicità del caso monodimensionale.

-Ulteriori progressi della teoria sono possibili: ad esempio:

- Valutazione dell'effetto della pressione interna che si ha durante la carica.

- Valutazione dell'effetto dell'attrito interno durante la scarica, attualmente stimato empiricamente applicando un coefficiente riduttivo del momento; es. = 0.95.

- Valutazione dell'effetto dell'allontanamento dalla condizione ideale di deformazione uniforme dei fili della matassa.

N° 24 Allegati

THEORY OF THE RUBBER MOTOR (03/2014)

Filippo Surace NIKE Milano

I dealt with this subject during the "Terzo Convegno di Tecnica Aeromodellistica" in 1997. At that time I introduced as a drastic simplification the monodimensional hypothesis which analysed the behaviour of the rubber motor by introducing a winding medium radius appropriately estimated.

Now I re-examine this subject in a deeper way, by introducing a bidimensional hypothesis: the behaviour of the strands will be analysed as a function of the position inside the rubber motor.

-The main simplifying hypotheses:

-Because of the high number of strands the torsional stress is negligible in comparison with the traction stress.

-Because of the high ratio length/diameter we can believe that every strand will occupy all the positions in the motor section: so the stretch ratio and the stress are uniform in the entire motor (full compensation of the lengths).

-We neglect the effects of internal pressure caused by the transverse compression of the external strands.

-The calculation of elastic balance is done in the hypothesis of absence of friction. For a realistic approach it is necessary to introduce a discharge efficiency, that is experimentally high, at least with a good lubrication of the motor.

-The specific volume of the rubber is believed to be constant and independent from the strain.

The charge of the motor is usually performed starting from a length less than the length of maximum strain. This length remains constant until reaching the critical condition of formation of "knots". Subsequently the length is reduced until reaching the discharge length. In order to simplify the calculations it is better to start the charge from the maximum strain, that obviously remains constant during the charge. Of course the results of calculations are not affected by this choice.

Figures and formulas, numbered in brackets (), are in the enclosures "A".

-1-KINEMATICS OF WINDING-

-1.1-Absence of knots: Constant mean length of strand: Relation between rotation and length of motor

Referring to the Fig.1.1.1 the mean length during the winding is obtained by integration of the local length, which is a function of the strain position, of the rotation angle and of the length of the motor.

Since the mean length is constant, the (1.1.1) and (1.1.2) express the relation between the length and the rotation during the charge.

The formula (1.1.4), deducible from the (1.1.2) and (1.1.3), expresses the relation between "t" and the ratio between the length and the maximum length during the charge. By introducing the motor volume we obtain the relation between the rotation and the ratio of lengths "x" (1.1.7).

-1.2-Transition to the 1° knots row: Energy stationariness condition

By means of the (1.1.2) and (1.1.6) we express the mean length as a function of the length and of the rotation. The stationariness condition is expressed by putting the energy differential = 0 (1.2.1).

By introducing in (1.2.1) the mean length and "t" expressed as a function of the derivation variables, we obtain the stationariness condition in a more explicit form (1.2.2). The remaining formulas from (1.2.3) to (1.2.6) complete the definition of stationariness condition as a function of the length, the rotation and the relative increments (1.2.7).

The solving of (1.2.7) needs the definition of the ratio between the increments of rotation and length, which is deducible from the analysis of the generation of the knot. Because of the complexity of the analysis, we just report the most interesting results:

- The rotation required for the generation of a knot is less than a turn (1.2.8)
- The invariance condition of mean length is obtained with the radius inside the knot greater than the radius of the motor generating the knot.
- The ratio between the two radii is expressed by the (1.2.9) with an excellent approximation.

Taking into account the above conditions, it is possible to calculate the geometric and rotation data, according to the formulas of Fig.1.2.1 and from (1.2.10) to (1.2.13). By putting these formulas in (1.2.7) we obtain the (1.2.14) which defines the transition critical value of "t".

The above calculations regard the ideal configuration of knots of Fig.1.2.1. In fact some deviation from this configuration is very probable. In order to evaluate the effects of this deviation, we analyse the borderline case of a square cross section at the knots of Fig.1.2.2. The actual section will be a linear combination of the two cases. The Fig.1.2.2 is completed with the most interesting geometric data (1.2.15), (1.2.16), (1.2.17). By introducing the equivalent radius (1.2.18) we obtain the formulas from (1.2.19) to (1.2.23).

In the following table the geometric data of the two borderline cases are compared:

V=volume

R=radius of round section

Re=equivalent radius of the square section

Max N° knots and Max. Length at the complete first row

	Round sect.	Square sect.
Sine	0.3675526	0.3183099
Cosine	0.9300027	0.9479867
Pitch	2.150531xR	1.869703xRe
Len. knot	5.850948xR	5.873846xRe
Max. N° knots	0.05440312xV/R ³	0.05419105xV/Re ³
Max. Length	0.1169956xV/R ²	0.1013212xV/Re ²

-1.3-Linear combination of the borderline cases: New calculation of stationariness condition

The combination of the two cases is performed on the data which define the row at full knots: number of knots and pitch.

In A6 the symbols of the combination are explained. The following formulas from (1.3.1) to (1.3.4) define the numbers of knots and pitches in both the cases. By multiplying the number of knots by the pitch we obtain the length of the motor at full row of knots (1.3.11) as a function of the coefficients from (1.3.5) to (1.3.10).

Moreover the elaboration of the coefficients (1.3.11) gives the (1.3.12), which enables a simple definition of the length of the row at full knots (1.3.13). The following examples give a nearly linearity of that length as function of the ponderal coefficient.

The new calculation of stationariness condition (1.2.1) gives the formulas (1.3.14), (1.3.15), (1.3.16) which give the new transition condition (1.3.17).

Taking into account the (1.2.9), the (1.4.17) defines the transition critical value "t", as a function of the coefficient "eta". The proposed value of this coefficient is expressed in the formula (1.3.18). After this definition the transition condition is just a function of the ponderal coefficient.

In the following table the critical values of "t" and the ratios between critical and max. lengths of the motor are calculated for five values of the ponderal coefficient:

csi	tcr	L01/Lx=xcr
0.00	1.41510012	0.714727077
0.25	1.42336484	0.712739130
0.50	1.43145687	0.710798281
0.75	1.43938122	0.708903023
1.00	1.44714272	0.707051904

We notice that both the "tcr" and "xcr" have little changes in function of the ponderal coefficient. The choice of "csi" is not critical.

-1.4-Calculation of turns as a function of the configuration of the motor and the stretch ratio: Characteristic turns

-1.4.1-First part of the charge: absence of knots

According to the basic hypotheses the charge starts from zero

turns and length of maximum stretch ratio. During the charge the length decreases according to (1.1.3) and the turns are given by the (1.4.1.1), taking into account the limitation (1.4.1.2). We notice that the turns are expressed as a product of dimensionless functions of the length of motor and of the stretch ratio, by the square root of the cube of the free length of motor divided by the volume of the motor. By introducing the quantity "Characteristic turns" (1.4.1.3) it is possible to generalize the results of the calculations, which can be tabulated at characteristic turns = 1.

-1.4.2-Second part of the charge: first row of knots

The formation of the knots starts when the stretch ratio exceeds the critical value (1.4.2.1). We call "L12" the length of the motor with the complete first row (first row pack), and "BB" the function of "B" and "csi", which define the "L12", according to (1.3.13). The "L12" is defined by the (1.4.2.2). From (1.3.9), (1.4.2.3), (1.4.2.4), (1.4.2.5) we deduce the number of knots of the first row pack. If the row is incomplete, the calculation of the knots is given according to the (1.4.2.6), (1.2.4.8). The (1.4.2.9) gives the correspondig turns.

By equalizing the length of the first complete row to the free length of the motor, we obtain then stretch ratio relative to the complete row (formulas from (1.4.2.10) to (1.4.2.12)).

-1.4.3-Third part of charge: second row of knots

The start condition of the second row is expressed by the (1.4.3.1). Similarly to the previous case, the (1.4.3.2) and (1.4.3.3) define the length and the number of knots of the complete second row. The (1.4.3.6) defines the (1.4.3.3) in an explicit form. Finally the (1.4.3.10) and (1.4.3.11) give the number of knots in the second row as a function of the stretch ratio and of characteristic turns. The (1.4.3.12) gives the relative turns.

The (1.4.3.13) defines the maximum stretch ratio relative to the second row. We don't examine the case of the third row, since by introducing in (1.4.3.13) plausible data, we obtain critical stretch ratios not less than about 16, value cleary above the values experimentally verifiable.

The A13 enclosure contains the results of the calculation of the turns with stretch ratio between 0 and the maximum value of a double row of knots, and:

csi = 0.5; "eta" and "fi" are calculated by means of (1.3.18) and (1.2.9):

L0 = free length

lam = stretch ratio

Lx = length at the stretch ratio lam and turns = 0

L01 = length at critical turns of starting 1° row

Characteristic turns =1

n0 =turns with no knots

n1 = turns with the 1° row

n2 = turn with the 2° row

nn = n0+n1+n2

We obtain the actual turns by multiplying "nn" by the characteristic turns.

The last column contains the derivatives of the stretch ratio with respect to the rotation expressed in radians. As we will see later, this datum is used for the evaluation of the motor moment during the discharge.

In the enclosures A14, A15, A16, in order to obtain more detailed data in a useful range, the maximum stretch ratio is limited to 11.5.

In the following table we report for three values of "csi" the stretch ratios at the first knots complete row, and the values of "nn" at the stretch ratio = 9. In the last column the "nn" % errors referred to csi = 0.5 are assessed:

csi	lam12	lam=9	
		nn	e%
0.00	3.8606	11.231	+0.71
0.50	4.2390	11.152	0.00
1.00	4.6734	11.080	-0.65

We notice that while the transition stretch ratio changes rather, the error of "nn" referred to csi = 0.5 is very small, at least at high stretch ratios: e.g.: a little bit more than 3 turns on 450. The choice csi = 0.5 is advisable.

-2-Characterization of the motor: energy, forces, and moments

-2.1-Energy

We define the specific energy of a rubber sample of constant section, the energy of the sample divided by the weight. It is a function of the stretch ratio and has the dimension of a length (e.g.: grxcm/gr). This function is obtained by integration of experimental data of traction force as function of the stretch ratio. In order to simplify the calculations, we put the specific energy in the form (2.1.1), where the maximum stretch ratio is (or should be) the breaking value. Thanks to the form (2.1.1) it is possible to correct experimental errors and facilitate the following calculations. Moreover we notice that in many cases we can obtain good results by restricting the number of the components of the polynomial to the exponents 2, 3, 9.

By multiplying the specific energy by the sample weight we obtain the energy of the sample (2.1.2), and the traction force by derivation with respect to the length.

-2.1.1-Correction of the stretch ratio

A correct experimentation demands to make the measurements in "return", i.e. starting from the maximum stretch ratio until reaching the stretch of zero force. If the residual stretch ratio is > 0 , it is necessary to introduce a correction of measured stretch ratios assuming the residual length as the length at zero stress. The (2.1.1.1) gives the correct value of the minimum length, and the (2.1.1.2) gives the measured maximum length. The (2.1.1.3) defines the invariance of the maximum length, which defines the correct maximum stretch ratio (2.1.1.4).

The A19 describes an example of experimental file used by NIKE; the maximum stretch ratio, not correct, is divided in 100 equidistant intervals.

Thanks to the above correction we can restrict the calculations to the cases of zero residual length.

-2.2-Charge with zero knots

-2.2.1-Traction force "T"

We start from the initial condition of maximum strain and zero turns. During the charge at constant mean stretch ratio the length of motor is defined by the (1.1.2). We calculate the traction force by means of the (2.2.1.1), (2.2.1.2) and (2.2.1.3). Moreover since the derivative limit at zero rotation is = 1, we deduce the (2.2.1.4), where the maximum value, at $t = 0$ (2.2.1.5), is given by the derivation of the (2.1.2)..

-2.2.2-Moment "M"

Since the charge is at constant mean length (and energy), the sum of the works of the moment and the force is zero (2.2.2.1), and the (2.2.2.2) gives the moment as a function of "T". Developing the (2.2.2.2) we obtain "M" (2.2.2.3) where "R" is the actual radius of the motor given by the (2.2.2.4).

-2.3-Charge in presence of knots

Until the completion of the first row, the charge is at constant "T" and "M", given by critical values of the transition to the formation of the knots.

In case of the formation of a second row the moment does not change and the product of the traction by the pitch is constant, since is constant the product of the moment by the rotation required to generate a knot. Taking into account the (1.4.2.11) we obtain the (2.3.1) and the (2.3.2).

In A21 is reported the case of the stretch ratio of a complete double row of knots with $csi = 0.5$. The very high value of the stretch ratio widely exceeds the values verifiable in practice. In A22 is reported "ceteris paribus" the case of stretch ratio = 9.5

-2.4-Dicharge: Moments

The calculation of the discharge moment is performed at constant length of the motor.

The value of the moment as a function of the stretch ratio is given by the (2.4.1), and in a more explicit form by the (2.4.2). More interesting in the case of simulation of a climb, is the evaluation of the the medium value of the moment in a defined range of the stretch ratios.

The formulas from (2.4.3) to (2.4.7) enable to evaluate the medium moment by means of tables A14, A15, A16. As an exemple in A24 the two methods are compared. In the case of medium moment a stretch ratio interval of $\pm 2.5\%$ is assumed. We notice that since this interval is very narrow, the deviations of the medium moment from the basic one are very little.

-3-Conclusions

-The bidimensional theory of the rubber motor is inevitably more complex than the monodimensional one, but it gives a far better accuracy. Moreover the calculation of the data interesting the practical cases does not differs from the monodimensional approach.

-Further progresses of the theory are possible: e. g.:

-Evaluation of the effect of the internal pressure both during the charge and the discharge.

-Evaluation of the effect of the internal friction during the discharge, at present empirically estimated by using a reduction coefficient of the moment; e.g. = 0.95.

-Evaluation of the effect of the not uniform strain of the strands of the rubber motor.

N° 24 Enclosures

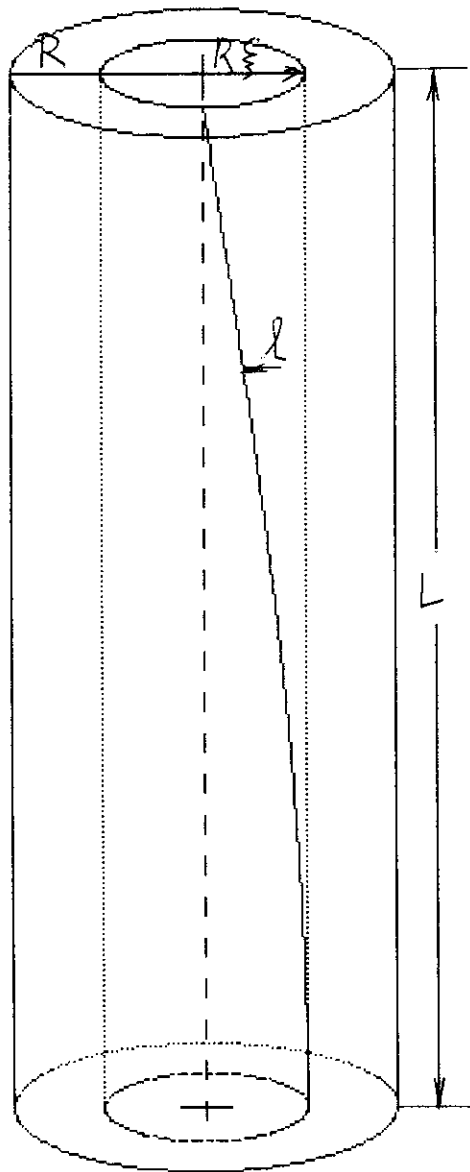


Fig. 1.1.1

ϑ = rotazione (rad.)
= rotation

l = lunghezza al raggio $R\xi$
= length at radius $R\xi$

$$\underline{L} = \int_{\xi=0}^1 l \xi d\xi \bigg/ \int_{\xi=0}^1 \xi d\xi$$

V = volume matassa
= motor volume

$$t = \frac{R\vartheta}{L} \quad (1.1.1)$$

$$\underline{L} = \frac{2}{3} L \frac{(1+t^2)^{\frac{3}{2}} - 1}{t^2} \quad (1.1.2)$$

$$\kappa = \frac{L}{\underline{L}} \quad (1.1.3)$$

$$3t^2 = 2\kappa \left[(1+t^2)^{\frac{3}{2}} - 1 \right] \quad (1.1.4)$$

$$t^2 = \frac{9 - 12\kappa^2 + \sqrt{81 - 216\kappa^2 + 192\kappa^3 - 48\kappa^4}}{8\kappa^2} \quad (1.1.5)$$

$$t^2 = \frac{V\vartheta^2}{\pi L^3} \quad (1.1.6)$$

$$\vartheta^2 = \frac{\pi \underline{L}^3 \kappa}{8V} \left[9 - 12\kappa^2 + \sqrt{81 - 216\kappa^2 + 192\kappa^3 - 48\kappa^4} \right] \quad (1.1.7)$$

Condizione di stazionarietà:

Stationariness condition:

$$\frac{\partial L}{\partial L} dL + \frac{\partial L}{\partial \vartheta} d\vartheta = 0 \quad (1.2.1)$$

$$\frac{3}{2} dL = \frac{\partial}{\partial L} \left[\frac{L (1+t^2)^{\frac{3}{2}} - 1}{t^2} \right] dL + \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[\frac{L (1+t^2)^{\frac{3}{2}} - 1}{t^2} \right] d\vartheta = 0 \quad (1.2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial L} \left[\frac{L (1+t^2)^{\frac{3}{2}} - 1}{t^2} \right] = \frac{(1+t^2)^{\frac{3}{2}}}{t^2} +$$

$$+ L \frac{d}{dt^2} \left[\frac{(1+t^2)^{\frac{3}{2}} - 1}{t^2} \right] \frac{\partial t^2}{\partial L} \quad (1.2.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[\frac{L (1+t^2)^{\frac{3}{2}} - 1}{t^2} \right] = L \frac{d}{dt^2} \left[\frac{(1+t^2)^{\frac{3}{2}} - 1}{t^2} \right] \frac{\partial (t^2)}{\partial \vartheta} \quad (1.2.4)$$

$$\frac{\partial t^2}{\partial L} = -\frac{3t^2}{L} \quad \frac{\partial t^2}{\partial \vartheta} = \frac{2t^2}{\vartheta} \quad (1.2.5)$$

$$\frac{d}{dt^2} \left[\frac{(1+t^2)^{\frac{3}{2}} - 1}{t^2} \right] = \frac{\sqrt{1+t^2} (t^2 - 2) + 2}{2t^4} \quad (1.2.6)$$

$$\left\{ 2 \left[(1+t^2)^{\frac{3}{2}} - 1 \right] - 3 \left[(1+t^2)^{\frac{1}{2}} (t^2 - 2) + 2 \right] \right\} \vartheta \Delta L +$$

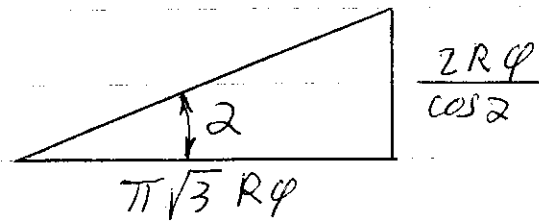
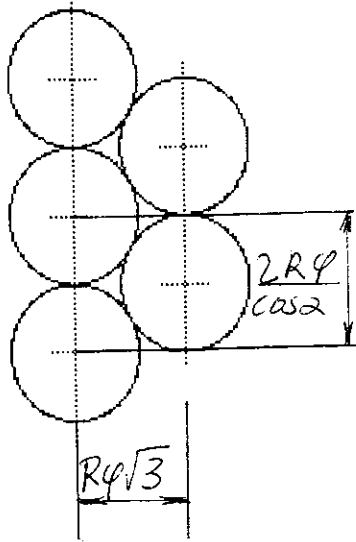
$$+ 2 \left[(1+t^2)^{\frac{1}{2}} (t^2 - 2) + 2 \right] L \Delta \vartheta = 0 \quad (1.2.7)$$

$$\Delta \vartheta = 2\pi \eta \quad \eta < 1 \quad (1.2.8)$$

Moltiplicatore raggio matassa: (1.2.9)

Motor radius multiplier:

$$\varphi = 0.9927912 + (7.672007t + 1.429639 \cdot t^2) / 100$$



$$\pi\sqrt{3} \operatorname{tg} 2 = \frac{2}{\cos 2}$$

$$\tan 2 = \frac{2}{\pi\sqrt{3}}$$

$$\cos 2 = \frac{\sqrt{3\pi^2 - 4}}{\pi\sqrt{3}}$$

$$\text{passo} = \frac{2\pi\sqrt{3} R\varphi}{\sqrt{3\pi^2 - 4}}$$

pitch

$$\text{lunghezza 1 nodo} = \frac{3\pi^2 R\varphi}{\sqrt{3\pi^2 - 4}}$$

length 1 knot

Fig. 1.2.1

$$\text{Volume 1 nodo} = \frac{3\pi^3 R^3 \varphi^3}{\sqrt{3\pi^2 - 4}} \quad (1.2.10)$$

Volume 1 knot

Lunghezza matassa per
generazione 1 nodo (raggio R)

Length motor for generation

$$1 \text{ knot (radius } R) = \frac{3\pi^2 R \varphi^3}{\sqrt{3\pi^2 - 4}} \quad (1.2.11)$$

$$\begin{aligned} \text{passo 1 nodo} &= \frac{2\pi\sqrt{3} R \varphi}{\sqrt{3\pi^2 - 4}} & (1.2.12) \\ \text{pitch 1 knot} & \end{aligned}$$

Variazione lunghezza matassa per
generazione 1 nodo:

Change length motor for
generation 1 knot:

$$\begin{aligned} \Delta L &= (1.2.12) - (1.2.11) = \\ &= \frac{\pi\sqrt{3} R \varphi (2 - \pi\sqrt{3}\varphi^2)}{\sqrt{3\pi^2 - 4}} & (1.2.13) \end{aligned}$$

$\Delta \varphi, \Delta L$ in (1.2.7):

$$\begin{aligned} F(t) &= \varphi\sqrt{3}(\pi\sqrt{3}\varphi^2 - 2) \left[\sqrt{1+t^2}(8-t^2) - 8 \right] t - \\ &- 4\eta\sqrt{3\pi^2 - 4} \left[2 - (2-t^2)\sqrt{1+t^2} \right] = 0 & (1.2.14) \end{aligned}$$

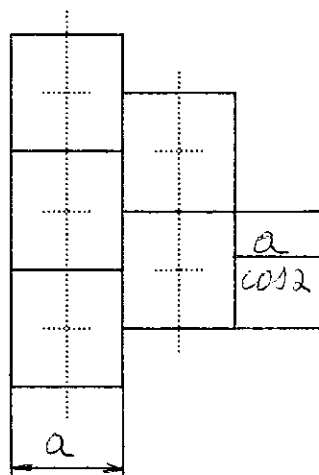
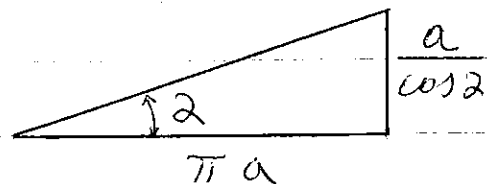


Fig. 1.2.2



$$\sin 2 = \frac{1}{\pi} \quad \cos 2 = \frac{\sqrt{\pi^2 - 1}}{\pi}$$

$$\text{passo, pitch} = \frac{\pi a}{\sqrt{\pi^2 - 1}}$$

$$\begin{aligned} \text{lunghezza 1 nodo} &= \frac{\pi^2 a}{\sqrt{\pi^2 - 1}} \\ \text{length 1 knot} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Volume 1 nodo} &= \frac{\pi^2 a^3}{\sqrt{\pi^2 - 1}} \\ \text{Volume 1 knot} & \end{aligned} \quad (1.2.15)$$

$$\begin{aligned} \text{no massimo nodi} & \quad n_1 = \frac{V \sqrt{\pi^2 - 1}}{\pi^2 a^3} \\ \text{max. number knots} & \end{aligned} \quad (1.2.16)$$

$$\begin{aligned} \text{lunghezza pacco} &= \text{passo} \times n_1 = \\ \text{row pack} &= \text{pitch} \times n_1 = \\ &= \frac{V}{\pi a^2} \end{aligned} \quad (1.2.17)$$

$$\begin{aligned} \text{Raggio equivalente: } R_e &= \frac{a}{\sqrt{\pi}} \\ \text{Equivalent radius} & \end{aligned} \quad (1.2.18)$$

$$\text{passo, pitch} = \sqrt{\frac{\pi^3}{\pi^2 - 1}} R_e \quad (1.2.19)$$

$$\begin{aligned} \text{lunghezza nodo} &= \sqrt{\frac{\pi^5}{\pi^2 - 1}} R_e \\ \text{knot length} & \end{aligned} \quad (1.2.20)$$

$$\begin{aligned} \text{Volume 1 nodo} &= \sqrt{\frac{\pi^7}{\pi^2 - 1}} R_e^3 \\ \text{Volume 1 knot} & \end{aligned} \quad (1.2.21)$$

$$\begin{aligned} \text{no massimo nodi:} &= \sqrt{\frac{\pi^2 - 1}{\pi^7}} \frac{V}{R_e^3} \\ \text{Max. number knots} & \end{aligned} \quad (1.2.22)$$

$$\begin{aligned} \text{lunghezza pacco} &= \frac{V}{\pi^2 R_e^2} \\ \text{row pack} & \end{aligned} \quad (1.2.23)$$

L_{01} = lunghezza inizio formazione nodi
 = length start generation knots

R_{01} = raggio inizio formazione nodi
 = radius start generation knots

ξ = coefficiente ponderale
 = ponderal coefficient

0 = sezione al nodo rotonda
 = round section at the knot

1 = sezione al nodo quadrata
 = square section at the knot

$n_{s0}, n_{s1}, n_s = n^\circ$ di nodi a pacco per,
 = n° of knots at row pack for:

$$\xi = 0, \quad \xi = 1, \quad 0 < \xi < 1$$

p_0, p_1, p = passo per, pitch for:

$$\xi = 0, \quad \xi = 1 \quad 0 < \xi < 1$$

Da, from Fig. 1.2.1, (1.2.10):

$$n_{s0} = \frac{\sqrt{3\pi^2 - 4}}{3\pi^2 \varphi^3} \frac{L_{01}}{R_{01}} \quad (1.3.1)$$

$$p_0 = \frac{2\pi\sqrt{3}\varphi}{\sqrt{3\pi^2 - 4}} R_{01} \quad (1.3.2)$$

Da, from (1.2.21):

$$n_{s1} = \frac{\sqrt{\pi^2 - 1}}{\pi^2 \sqrt{\pi} \varphi^3} \frac{L_{01}}{R_{01}} \quad (1.3.3)$$

$$p_1 = \frac{\pi \sqrt{3} \varphi}{\sqrt{\pi^2 - 1}} R_{01} \quad (1.3.4)$$

$$aa = \frac{\sqrt{\pi^2 - 1}}{\sqrt{\pi}} \quad bb = \frac{\sqrt{3\pi^2 - 4}}{3} \quad (1.3.5) \quad (1.3.6)$$

$$cc = \frac{1}{aa} \quad dd = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3\pi^2 - 4}} \quad (1.3.7) \quad (1.3.8)$$

$$n_1 = \left[aa\xi + bb(1-\xi) \right] \frac{L_{01}}{\pi^2 \varphi^3 R_{01}} \quad (1.3.9)$$

$$p = \left[cc\xi + dd(1-\xi) \right] \pi \varphi R_{01} \quad (1.3.10)$$

$$\begin{aligned} p_{acco}, \text{ row pack} = \\ = \left[aa\xi + bb(1-\xi) \right] \left[cc\xi + dd(1-\xi) \right] \frac{L_{01}}{\pi \varphi^2} \end{aligned} \quad (1.3.11)$$

$$B = \frac{18(\pi^2 - 1) + \pi\sqrt{3}(3\pi^2 - 4)}{6\sqrt{\pi}(4 - 7\pi^2 + 3\pi^4)} \approx 1.865516 \quad (1.3.12)$$

$$\begin{aligned} p_{acco}, \text{ row pack} = \\ = \left[1 + (B-2)\xi - \left(B - \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) \xi^2 \right] \frac{2L_{01}}{\pi\sqrt{3}\varphi^2} \end{aligned} \quad (1.3.13)$$

$$\xi = 0 \quad p_{acco} (r.p.) = \frac{2L_{01}}{\pi\sqrt{3}\varphi^2}$$

$$\xi = 0.5 \quad p_{acco} (r.p.) = \frac{2B + \sqrt{3} + 2}{8} \frac{2L_{01}}{\pi\sqrt{3}\varphi^2}$$

$$\xi = 1 \quad p_{acco} (r.p.) = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{2L_{01}}{\pi\sqrt{3}\varphi^2}$$

$$\Delta L_{01} = p - \frac{V}{\pi R_{01}^2 m_0} =$$

$$= \left[c c \xi + d d (1 - \xi) \right] \pi \varphi R_{01} - \frac{V}{\pi R_{01}^2} \frac{\pi^2 \varphi^3 R_{01}}{[a a \xi + b b (1 - \xi)] L_{01}} \quad (1.3.14)$$

$$Q = \frac{[a a \xi + b b (1 - \xi)] [c c \xi + d d (1 - \xi)] - \pi \varphi^2}{a a \xi + b b (1 - \xi)} \quad (1.3.15)$$

$$\Delta L_{01} = \pi R_{01} \varphi Q \quad (1.3.16)$$

$$[\sqrt{1+t^2}(8-t^2)-8]t\varphi Q + 4[\sqrt{1+t^2}(t^2-2)+2]\eta = 0 \quad (1.3.17)$$

$$\eta = 1 - \frac{2\sqrt{3}}{9\pi^3} \sqrt{\frac{3\pi}{2}(3\pi^2+8\pi-4)} \quad (1.3.18)$$

Da, from (1.1.12):

giri in assenza di nodi:

turns in absence of knots

$$m_0 = \frac{\sqrt{g^2}}{2\pi}$$

$$F_0(x) = \sqrt{\frac{x}{2\pi} \left(9 - 12x^2 + \sqrt{81 - 216x^2 + 192x^3 - 48x^4} \right)} \quad (1.4.10)$$

$$m_0 = \frac{1}{4} F_0(x) (1+\lambda)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{L_0^3}{V}} \quad (1.4.11)$$

$$x_{cr} \leq x \leq 1 \quad (1.4.12)$$

$$\text{Giri caratteristici} = \sqrt{\frac{L_0^3}{V}} \quad (1.4.1.3)$$

Characteristic turns

Condizione formazione nodi:

Generation knots condition

$$\lambda > \lambda_{cr} = \frac{1}{\kappa_a} - 1 \quad (1.4.2.1)$$

L_{12} = lunghezza matassa con 1^a
fila di nodi completa.
motor length with complete
first row.

Da, from (1.3.13):

$$BB = \left[1 + (B-2)\xi - \left(B - \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) \xi^2 \right]$$

$$L_{12} = \frac{2BB L_{01}}{\pi \sqrt{3} \varphi^2} \quad (1.4.2.2)$$

n_{312} = numero nodi 1^a fila a pacco
number knots 1^a row complete

Da, from (1.3.9):

$$n_{312} = \left[aa\xi + bb(1-\xi) \right] \frac{L_{01}}{\pi^2 \varphi^3 R_{01}} \quad (1.4.2.3)$$

$$\frac{L_{01}}{R_{01}} = \sqrt{\frac{\pi L_{01}^3}{V}} = \sqrt{\frac{\pi L_0^3 (1+\lambda)^3 \kappa_a^3}{V}} \quad (1.4.2.4)$$

$$n_{s12} = \frac{a a \xi + b b (1 - \xi)}{\varphi^3} \left[\frac{(1 + \lambda) \kappa_n}{\pi} \right]^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{L_0^3}{V}} \quad (1.4.2.5)$$

n_{s1} = n° nodi 1ª fila incompleta
 n° knots 1° row not complete

$$n_{s1} = \frac{L_{01} - L_0}{L_{01} - L_{12}} n_{s12} = \frac{L_{01} - 1}{L_0} n_{s12} \quad (1.4.2.6)$$

$$\frac{L_{01}}{L_0} \left(1 - \frac{L_{12}}{L_{01}} \right)$$

$$\frac{L_{01}}{L_0} = (1 + \lambda) \kappa_n \quad \frac{L_{12}}{L_{01}} = \frac{2 B B}{\pi \sqrt{3} \varphi^2} \quad (1.4.2.7)$$

$$C_1 = \frac{a a \xi + b b (1 - \xi)}{(\pi \sqrt{3} \varphi^2 - 2 B B) \varphi} \sqrt{\frac{3}{\pi}}$$

$$n_{s1} = C_1 \left[(1 + \lambda) \kappa_n - 1 \right] \left[(1 + \lambda) \kappa_n \right]^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{L_0^3}{V}} \quad (1.4.2.8)$$

$$n_1 = \gamma n_{s1} \quad (1.4.2.9)$$

λ_{12} = allungamento per 1 fila completa
 stretch ratio for 1 complete row

$$L_{12} = L_0 \quad (1.4.2.10)$$

$$L_{12} = \frac{2 B B L_{01}}{\pi \sqrt{3} \varphi^2} = \frac{2 B B L_0 (1 + \lambda_{12}) \kappa_n}{\pi \sqrt{3} \varphi^2} \quad (1.4.2.11)$$

$$\lambda_{12} = \frac{\pi \sqrt{3} \varphi^2}{2 B B \kappa_n} - 1 \quad (1.4.2.12)$$

L_{23} = lunghezza matassa con 2^a
 fila di nodi completa
 motor length with complete
 second row

Condizione formazione 2^a fila:
 2^o row generation condition

$$\lambda > \lambda_{12}$$

(1.4.3.1)

$$L_{23} = \frac{2BB L_{12}}{\pi \sqrt{3} \varphi^2} = \frac{2BB}{\pi \sqrt{3} \varphi^2} \frac{2BB L_{01}}{\pi \sqrt{3} \varphi^2} =$$

$$= \left[\frac{2BB}{\pi \sqrt{3} \varphi^2} \right]^2 L_0 (1+\lambda) \alpha_n$$

(1.4.3.2)

n_{123} = n° nodi 2^a fila a pacco
 n° knots 2^o row : complete

$$n_{123} = \left[a\alpha\xi + b\beta(1-\xi) \right] \frac{L_{12}}{\pi^2 \varphi^3 R_{12}}$$

(1.4.3.3)

$$\frac{L_{12}}{R_{12}} = \sqrt{\frac{\pi L_{13}^3}{V}}$$

(1.4.3.4)

$$L_{12} = \frac{2BB}{\pi \sqrt{3}} L_{01} = \frac{2BB}{\pi \sqrt{3} \varphi^2} L_0 (1+\lambda) \alpha_n$$

(1.4.3.5)

$$n_{123} = \frac{a\alpha\xi + b\beta(1-\xi)}{\pi^3 \varphi^6} \left[\frac{2BB(1+\lambda) \alpha_n}{\sqrt{3}} \right]^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{L_0^3}{V}}$$

(1.4.3.6)

$n_{12} = n^0$ nodes 2^a fila incompleto
 n^0 knots 2^o row not complete

$$n_{12} = \frac{L_{12}}{L_0} - 1 \quad n_{123} \quad (1.4.3.7)$$

$$\frac{L_{12}}{L_0} \left(1 - \frac{L_{23}}{L_{12}} \right)$$

$$\frac{L_{12}}{L_0} = \frac{2BB}{\pi\sqrt{3}\varphi^2} \frac{L_{01}}{L_0} = \frac{2BB}{\pi\sqrt{3}\varphi^2} (1+\lambda)x_n \quad (1.4.3.8)$$

$$\frac{L_{23}}{L_{12}} = \frac{2BB}{\pi\sqrt{3}\varphi^2} \quad (1.4.3.9)$$

$$C_2 = \frac{aa\xi + bb(1-\xi)}{\pi^2\varphi^4 [\pi\sqrt{3}\varphi^2 - 2BB] \sqrt[4]{3}} \quad (1.4.3.10)$$

$$n_{12} = C_2 \left[2BB(1+\lambda)x_n - \pi\sqrt{3}\varphi^2 \right] \left[2BB(1+\lambda)x_n \right]^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{L_0^3}{V}} \quad (1.4.3.11)$$

$$n_1 = \eta n_{12} \quad (1.4.3.12)$$

$$\lambda_{23} = \left(\frac{\pi\sqrt{3}\varphi^2}{2BB} \right)^2 \frac{1}{x_n} - 1 \quad (1.4.3.13)$$

***** GIRI140.BAS 11/01/14 A.21/01/14 ** 03-30-2014 ** 08:44:41 *****

fi = 1.129986 eta = 0.808044 csi = 0.500000								
i	lam	Lx/L0	L01/L0	n0	n1	n2	nn	diam/dteta1
1	0.325	1.325	1.000	0.353	0.000	0.000	0.353	0.18596
2	0.649	1.649	1.172	0.513	0.043	0.000	0.556	0.24126
3	0.974	1.974	1.403	0.671	0.111	0.000	0.782	0.21749
4	1.299	2.299	1.634	0.844	0.188	0.000	1.031	0.19879
5	1.624	2.624	1.865	1.028	0.273	0.000	1.302	0.18420
6	1.948	2.948	2.096	1.225	0.367	0.000	1.592	0.17240
7	2.273	3.273	2.327	1.433	0.468	0.000	1.901	0.16261
8	2.598	3.598	2.557	1.651	0.577	0.000	2.228	0.15432
9	2.923	3.923	2.788	1.880	0.691	0.000	2.571	0.14718
10	3.247	4.247	3.019	2.118	0.812	0.000	2.930	0.14094
11	3.572	4.572	3.250	2.366	0.939	0.000	3.305	0.13543
12	3.897	4.897	3.481	2.622	1.071	0.000	3.694	0.13053
13	4.222	5.222	3.711	2.887	1.209	0.000	4.097	0.12814
14	4.546	5.546	3.942	3.161	1.325	0.014	4.500	0.12622
15	4.871	5.871	4.173	3.442	1.443	0.030	4.915	0.12267
16	5.196	6.196	4.404	3.732	1.565	0.046	5.343	0.11931
17	5.521	6.521	4.635	4.029	1.690	0.063	5.782	0.11621
18	5.845	6.845	4.866	4.334	1.817	0.081	6.232	0.11334
19	6.170	7.170	5.096	4.646	1.948	0.100	6.694	0.11068
20	6.495	7.495	5.327	4.965	2.082	0.119	7.166	0.10819
21	6.819	7.819	5.558	5.291	2.219	0.139	7.649	0.10586
22	7.144	8.144	5.789	5.624	2.358	0.160	8.143	0.10368
23	7.469	8.469	6.020	5.964	2.501	0.181	8.646	0.10163
24	7.794	8.794	6.251	6.310	2.646	0.203	9.160	0.09969
25	8.118	9.118	6.481	6.663	2.794	0.226	9.683	0.09786
26	8.443	9.443	6.712	7.022	2.945	0.249	10.216	0.09613
27	8.768	9.768	6.943	7.387	3.098	0.273	10.758	0.09449
28	9.093	10.093	7.174	7.759	3.253	0.298	11.310	0.09293
29	9.417	10.417	7.405	8.136	3.412	0.323	11.871	0.09144
30	9.742	10.742	7.635	8.520	3.572	0.348	12.440	0.09002
31	10.067	11.067	7.866	8.909	3.736	0.374	13.019	0.08867
32	10.392	11.392	8.097	9.304	3.901	0.401	13.606	0.08738
33	10.716	11.716	8.328	9.705	4.069	0.428	14.202	0.08614
34	11.041	12.041	8.559	10.111	4.240	0.456	14.806	0.08495
35	11.366	12.366	8.790	10.523	4.412	0.484	15.419	0.08381
36	11.691	12.691	9.020	10.940	4.587	0.512	16.040	0.08271
37	12.015	13.015	9.251	11.362	4.764	0.542	16.668	0.08166
38	12.340	13.340	9.482	11.790	4.944	0.571	17.305	0.08065
39	12.665	13.665	9.713	12.223	5.126	0.601	17.950	0.07967
40	12.989	13.989	9.944	12.662	5.309	0.632	18.603	0.07872
41	13.314	14.314	10.175	13.105	5.495	0.663	19.263	0.07782
42	13.639	14.639	10.405	13.554	5.683	0.694	19.931	0.07694
43	13.964	14.964	10.636	14.007	5.873	0.726	20.607	0.07609
44	14.288	15.288	10.867	14.466	6.066	0.759	21.290	0.07526
45	14.613	15.613	11.098	14.929	6.260	0.791	21.980	0.07447
46	14.938	15.938	11.329	15.397	6.456	0.825	22.678	0.07370
47	15.263	16.263	11.559	15.870	6.655	0.858	23.383	0.07295
48	15.587	16.587	11.790	16.348	6.855	0.892	24.095	0.07222
49	15.912	16.912	12.021	16.830	7.057	0.927	24.814	0.07152
50	16.237	17.237	12.252	17.317	7.261	0.962	25.540	0.07083
51	16.562	17.562	12.483	17.809	7.468	0.997	26.273	0.07017
52	16.886	17.886	12.714	18.305	7.676	1.033	27.013	0.06952
53	17.211	18.211	12.944	18.806	7.886	1.069	27.760	0.06889
54	17.536	18.536	13.175	19.311	8.098	1.105	28.514	0.06828
55	17.861	18.861	13.406	19.821	8.311	1.142	29.274	0.06768
56	18.185	19.185	13.637	20.335	8.527	1.179	30.041	0.06710
57	18.510	19.510	13.868	20.853	8.744	1.217	30.815	0.06671

***** GIRI140.BAS 11/01/14 A.21/01/14 ** 03-30-2014 ** 08:48:28 *****

fi = 1.129986 eta = 0.808044 csi = 0.000000								
i	lam	Lx/L0	L01/L0	n0	n1	n2	nn	diam/dteta1
1	0.100	1.100	1.000	0.184	0.000	0.000	0.184	0.11869
2	0.200	1.200	1.000	0.268	0.000	0.000	0.268	0.20762
3	0.300	1.300	1.000	0.337	0.000	0.000	0.337	0.24202
4	0.400	1.400	1.001	0.400	0.000	0.000	0.400	0.25791
5	0.500	1.500	1.072	0.443	0.018	0.000	0.461	0.25458
6	0.600	1.600	1.144	0.488	0.037	0.000	0.525	0.24447
7	0.700	1.700	1.215	0.535	0.056	0.000	0.591	0.23547
8	0.800	1.800	1.287	0.583	0.077	0.000	0.660	0.22739
9	0.900	1.900	1.358	0.632	0.099	0.000	0.731	0.22008
10	1.000	2.000	1.429	0.682	0.122	0.000	0.805	0.21342
11	1.100	2.100	1.501	0.734	0.146	0.000	0.880	0.20733
12	1.200	2.200	1.572	0.787	0.171	0.000	0.958	0.20173
13	1.300	2.300	1.644	0.841	0.197	0.000	1.038	0.19656
14	1.400	2.400	1.715	0.897	0.223	0.000	1.120	0.19177
15	1.500	2.500	1.787	0.953	0.251	0.000	1.204	0.18730
16	1.600	2.600	1.858	1.011	0.279	0.000	1.290	0.18314
17	1.700	2.700	1.930	1.070	0.308	0.000	1.378	0.17924
18	1.800	2.800	2.001	1.130	0.337	0.000	1.468	0.17557
19	1.900	2.900	2.073	1.191	0.368	0.000	1.559	0.17212
20	2.000	3.000	2.144	1.253	0.399	0.000	1.652	0.16887
21	2.100	3.100	2.216	1.317	0.431	0.000	1.748	0.16579
22	2.200	3.200	2.287	1.381	0.464	0.000	1.844	0.16288
23	2.300	3.300	2.359	1.446	0.497	0.000	1.943	0.16011
24	2.400	3.400	2.430	1.512	0.531	0.000	2.043	0.15748
25	2.500	3.500	2.502	1.579	0.566	0.000	2.145	0.15497
26	2.600	3.600	2.573	1.648	0.601	0.000	2.249	0.15258
27	2.700	3.700	2.644	1.717	0.637	0.000	2.354	0.15030
28	2.800	3.800	2.716	1.787	0.674	0.000	2.460	0.14812
29	2.900	3.900	2.787	1.858	0.711	0.000	2.569	0.14603
30	3.000	4.000	2.859	1.930	0.749	0.000	2.678	0.14402
31	3.100	4.100	2.930	2.002	0.787	0.000	2.790	0.14210
32	3.200	4.200	3.002	2.076	0.826	0.000	2.902	0.14024
33	3.300	4.300	3.073	2.151	0.866	0.000	3.017	0.13847
34	3.400	4.400	3.145	2.226	0.906	0.000	3.132	0.13675
35	3.500	4.500	3.216	2.303	0.947	0.000	3.249	0.13510
36	3.600	4.600	3.288	2.380	0.988	0.000	3.368	0.13351
37	3.700	4.700	3.359	2.458	1.030	0.000	3.488	0.13197
38	3.800	4.800	3.431	2.537	1.073	0.000	3.609	0.13138
39	3.900	4.900	3.502	2.616	1.112	0.002	3.730	0.13225
40	4.000	5.000	3.574	2.697	1.146	0.007	3.850	0.13227
41	4.100	5.100	3.645	2.778	1.181	0.012	3.971	0.13092
42	4.200	5.200	3.717	2.860	1.216	0.017	4.093	0.12960
43	4.300	5.300	3.788	2.943	1.251	0.022	4.216	0.12833
44	4.400	5.400	3.860	3.027	1.286	0.028	4.341	0.12709
45	4.500	5.500	3.931	3.111	1.322	0.033	4.467	0.12588
46	4.600	5.600	4.002	3.196	1.358	0.039	4.594	0.12471
47	4.700	5.700	4.074	3.283	1.395	0.045	4.722	0.12358
48	4.800	5.800	4.145	3.369	1.432	0.050	4.851	0.12247
49	4.900	5.900	4.217	3.457	1.469	0.056	4.982	0.12139
50	5.000	6.000	4.288	3.545	1.507	0.062	5.114	0.12034
51	5.100	6.100	4.360	3.634	1.544	0.068	5.247	0.11932
52	5.200	6.200	4.431	3.724	1.583	0.074	5.380	0.11832
53	5.300	6.300	4.503	3.814	1.621	0.080	5.516	0.11735
54	5.400	6.400	4.574	3.905	1.660	0.087	5.652	0.11640
55	5.500	6.500	4.646	3.997	1.699	0.093	5.789	0.11547
56	5.600	6.600	4.717	4.090	1.738	0.099	5.927	0.11457
57	5.700	6.700	4.789	4.183	1.778	0.106	6.067	0.11368

***** GIRI140.BAS 11/01/14 A.21/01/14 ** 03-30-2014 ** 08:48:28 *****

i	lam	Lx/L0	L01/L0	n0	n1	n2	nn	d lam/dtetal
58	5.800	6.800	4.860	4.277	1.818	0.112	6.207	0.11282
59	5.900	6.900	4.932	4.372	1.858	0.119	6.349	0.11198
60	6.000	7.000	5.003	4.467	1.899	0.126	6.492	0.11115
61	6.100	7.100	5.075	4.563	1.939	0.133	6.635	0.11034
62	6.200	7.200	5.146	4.660	1.980	0.140	6.780	0.10955
63	6.300	7.300	5.218	4.757	2.022	0.147	6.926	0.10878
64	6.400	7.400	5.289	4.856	2.064	0.154	7.073	0.10802
65	6.500	7.500	5.360	4.954	2.106	0.161	7.221	0.10728
66	6.600	7.600	5.432	5.054	2.148	0.168	7.369	0.10655
67	6.700	7.700	5.503	5.154	2.190	0.175	7.519	0.10584
68	6.800	7.800	5.575	5.255	2.233	0.183	7.670	0.10514
69	6.900	7.900	5.646	5.356	2.276	0.190	7.822	0.10446
70	7.000	8.000	5.718	5.458	2.320	0.197	7.975	0.10379
71	7.100	8.100	5.789	5.561	2.363	0.205	8.129	0.10313
72	7.200	8.200	5.861	5.664	2.407	0.213	8.284	0.10248
73	7.300	8.300	5.932	5.768	2.451	0.220	8.439	0.10185
74	7.400	8.400	6.004	5.872	2.496	0.228	8.596	0.10122
75	7.500	8.500	6.075	5.978	2.540	0.236	8.754	0.10061
76	7.600	8.600	6.147	6.083	2.585	0.244	8.912	0.10001
77	7.700	8.700	6.218	6.190	2.631	0.252	9.072	0.09942
78	7.800	8.800	6.290	6.297	2.676	0.260	9.233	0.09884
79	7.900	8.900	6.361	6.404	2.722	0.268	9.394	0.09827
80	8.000	9.000	6.433	6.513	2.768	0.276	9.557	0.09772
81	8.100	9.100	6.504	6.621	2.814	0.284	9.720	0.09716
82	8.200	9.200	6.575	6.731	2.861	0.293	9.884	0.09662
83	8.300	9.300	6.647	6.841	2.907	0.301	10.049	0.09609
84	8.400	9.400	6.718	6.952	2.954	0.309	10.215	0.09557
85	8.500	9.500	6.790	7.063	3.002	0.318	10.382	0.09505
86	8.600	9.600	6.861	7.175	3.049	0.326	10.550	0.09455
87	8.700	9.700	6.933	7.287	3.097	0.335	10.719	0.09405
88	8.800	9.800	7.004	7.400	3.145	0.344	10.889	0.09356
89	8.900	9.900	7.076	7.514	3.193	0.353	11.059	0.09307
90	9.000	10.000	7.147	7.628	3.242	0.361	11.231	0.09260
91	9.100	10.100	7.219	7.742	3.290	0.370	11.403	0.09213
92	9.200	10.200	7.290	7.858	3.339	0.379	11.576	0.09167
93	9.300	10.300	7.362	7.973	3.389	0.388	11.750	0.09121
94	9.400	10.400	7.433	8.090	3.438	0.397	11.925	0.09077
95	9.500	10.500	7.505	8.207	3.488	0.406	12.101	0.09032
96	9.600	10.600	7.576	8.324	3.538	0.415	12.278	0.08989
97	9.700	10.700	7.648	8.442	3.588	0.425	12.455	0.08946
98	9.800	10.800	7.719	8.561	3.638	0.434	12.633	0.08904
99	9.900	10.900	7.791	8.680	3.689	0.443	12.813	0.08862
100	10.000	11.000	7.862	8.800	3.740	0.453	12.993	0.08821
101	10.100	11.100	7.933	8.920	3.791	0.462	13.173	0.08780
102	10.200	11.200	8.005	9.041	3.842	0.472	13.355	0.08740
103	10.300	11.300	8.076	9.162	3.894	0.481	13.538	0.08701
104	10.400	11.400	8.148	9.284	3.946	0.491	13.721	0.08662
105	10.500	11.500	8.219	9.407	3.998	0.501	13.905	0.08624
106	10.600	11.600	8.291	9.530	4.050	0.510	14.090	0.08586
107	10.700	11.700	8.362	9.653	4.103	0.520	14.276	0.08548
108	10.800	11.800	8.434	9.777	4.155	0.530	14.462	0.08511
109	10.900	11.900	8.505	9.902	4.208	0.540	14.650	0.08475
110	11.000	12.000	8.577	10.027	4.261	0.550	14.838	0.08439
111	11.100	12.100	8.648	10.152	4.315	0.560	15.027	0.08404
112	11.200	12.200	8.720	10.279	4.368	0.570	15.217	0.08368
113	11.300	12.300	8.791	10.405	4.422	0.580	15.407	0.08334
114	11.400	12.400	8.863	10.532	4.476	0.590	15.599	0.08300
115	11.500	12.500	8.934	10.660	4.530	0.600	15.791	0.08266

***** GIRI140.BAS 11/01/14 A.21/01/14 ** 03-30-2014 ** 08:50:46 *****

fi = 1.129986 eta = 0.808044 csi = 0.500000								
i	lam	Lx/L0	L01/L0	n0	n1	n2	nn	d lam/dteta1
1	0.100	1.100	1.000	0.184	0.000	0.000	0.184	0.11869
2	0.200	1.200	1.000	0.268	0.000	0.000	0.268	0.20762
3	0.300	1.300	1.000	0.337	0.000	0.000	0.337	0.24202
4	0.400	1.400	1.000	0.400	0.000	0.000	0.400	0.25901
5	0.500	1.500	1.066	0.445	0.016	0.000	0.460	0.25685
6	0.600	1.600	1.137	0.490	0.034	0.000	0.524	0.24674
7	0.700	1.700	1.208	0.536	0.053	0.000	0.589	0.23769
8	0.800	1.800	1.279	0.584	0.073	0.000	0.658	0.22956
9	0.900	1.900	1.351	0.634	0.094	0.000	0.728	0.22221
10	1.000	2.000	1.422	0.684	0.116	0.000	0.801	0.21551
11	1.100	2.100	1.493	0.736	0.139	0.000	0.876	0.20938
12	1.200	2.200	1.564	0.790	0.163	0.000	0.953	0.20375
13	1.300	2.300	1.635	0.844	0.188	0.000	1.032	0.19854
14	1.400	2.400	1.706	0.900	0.213	0.000	1.113	0.19371
15	1.500	2.500	1.777	0.957	0.240	0.000	1.196	0.18921
16	1.600	2.600	1.848	1.015	0.267	0.000	1.281	0.18502
17	1.700	2.700	1.919	1.074	0.295	0.000	1.368	0.18108
18	1.800	2.800	1.990	1.134	0.323	0.000	1.457	0.17739
19	1.900	2.900	2.061	1.195	0.353	0.000	1.548	0.17392
20	2.000	3.000	2.132	1.257	0.383	0.000	1.640	0.17064
21	2.100	3.100	2.203	1.321	0.414	0.000	1.734	0.16753
22	2.200	3.200	2.275	1.385	0.445	0.000	1.830	0.16459
23	2.300	3.300	2.346	1.451	0.477	0.000	1.928	0.16180
24	2.400	3.400	2.417	1.517	0.510	0.000	2.027	0.15915
25	2.500	3.500	2.488	1.585	0.543	0.000	2.128	0.15662
26	2.600	3.600	2.559	1.653	0.577	0.000	2.230	0.15421
27	2.700	3.700	2.630	1.722	0.612	0.000	2.334	0.15191
28	2.800	3.800	2.701	1.793	0.647	0.000	2.440	0.14971
29	2.900	3.900	2.772	1.864	0.683	0.000	2.547	0.14760
30	3.000	4.000	2.843	1.936	0.719	0.000	2.655	0.14557
31	3.100	4.100	2.914	2.009	0.756	0.000	2.765	0.14363
32	3.200	4.200	2.985	2.083	0.794	0.000	2.877	0.14176
33	3.300	4.300	3.056	2.158	0.832	0.000	2.990	0.13997
34	3.400	4.400	3.128	2.233	0.871	0.000	3.104	0.13824
35	3.500	4.500	3.199	2.310	0.910	0.000	3.220	0.13657
36	3.600	4.600	3.270	2.387	0.950	0.000	3.337	0.13496
37	3.700	4.700	3.341	2.466	0.990	0.000	3.456	0.13341
38	3.800	4.800	3.412	2.545	1.031	0.000	3.576	0.13191
39	3.900	4.900	3.483	2.625	1.073	0.000	3.697	0.13046
40	4.000	5.000	3.554	2.706	1.115	0.000	3.820	0.12905
41	4.100	5.100	3.625	2.787	1.157	0.000	3.944	0.12769
42	4.200	5.200	3.696	2.869	1.200	0.000	4.069	0.12765
43	4.300	5.300	3.767	2.953	1.238	0.003	4.193	0.12848
44	4.400	5.400	3.838	3.037	1.273	0.007	4.317	0.12807
45	4.500	5.500	3.909	3.121	1.309	0.012	4.442	0.12686
46	4.600	5.600	3.980	3.207	1.345	0.016	4.568	0.12569
47	4.700	5.700	4.052	3.293	1.381	0.021	4.695	0.12454
48	4.800	5.800	4.123	3.380	1.417	0.026	4.824	0.12343
49	4.900	5.900	4.194	3.468	1.454	0.031	4.953	0.12234
50	5.000	6.000	4.265	3.556	1.491	0.036	5.084	0.12129
51	5.100	6.100	4.336	3.646	1.529	0.041	5.216	0.12026
52	5.200	6.200	4.407	3.736	1.566	0.046	5.348	0.11925
53	5.300	6.300	4.478	3.827	1.605	0.051	5.482	0.11828
54	5.400	6.400	4.549	3.918	1.643	0.057	5.618	0.11732
55	5.500	6.500	4.620	4.010	1.682	0.062	5.754	0.11639
56	5.600	6.600	4.691	4.103	1.720	0.067	5.891	0.11548
57	5.700	6.700	4.762	4.197	1.760	0.073	6.029	0.11459

***** GIRI140.BAS 11/01/14 A.21/01/14 ** 03-30-2014 ** 08:50:46 *****

i	lam	Lx/L0	L01/L0	n0	n1	n2	nn	d1am/dtetal
58	5.800	6.800	4.833	4.291	1.799	0.079	6.169	0.11372
59	5.900	6.900	4.905	4.386	1.839	0.084	6.309	0.11287
60	6.000	7.000	4.976	4.482	1.879	0.090	6.451	0.11204
61	6.100	7.100	5.047	4.578	1.920	0.096	6.593	0.11123
62	6.200	7.200	5.118	4.675	1.960	0.102	6.737	0.11043
63	6.300	7.300	5.189	4.773	2.001	0.107	6.882	0.10965
64	6.400	7.400	5.260	4.871	2.043	0.113	7.027	0.10889
65	6.500	7.500	5.331	4.970	2.084	0.120	7.174	0.10814
66	6.600	7.600	5.402	5.070	2.126	0.126	7.322	0.10741
67	6.700	7.700	5.473	5.170	2.168	0.132	7.470	0.10669
68	6.800	7.800	5.544	5.272	2.210	0.138	7.620	0.10599
69	6.900	7.900	5.615	5.373	2.253	0.144	7.771	0.10530
70	7.000	8.000	5.686	5.476	2.296	0.151	7.922	0.10463
71	7.100	8.100	5.757	5.579	2.339	0.157	8.075	0.10396
72	7.200	8.200	5.829	5.682	2.383	0.164	8.228	0.10331
73	7.300	8.300	5.900	5.786	2.426	0.170	8.383	0.10267
74	7.400	8.400	5.971	5.891	2.470	0.177	8.538	0.10205
75	7.500	8.500	6.042	5.997	2.515	0.184	8.695	0.10143
76	7.600	8.600	6.113	6.103	2.559	0.190	8.852	0.10083
77	7.700	8.700	6.184	6.210	2.604	0.197	9.011	0.10023
78	7.800	8.800	6.255	6.317	2.649	0.204	9.170	0.09965
79	7.900	8.900	6.326	6.425	2.694	0.211	9.330	0.09908
80	8.000	9.000	6.397	6.534	2.740	0.218	9.491	0.09851
81	8.100	9.100	6.468	6.643	2.785	0.225	9.653	0.09796
82	8.200	9.200	6.539	6.753	2.832	0.232	9.816	0.09742
83	8.300	9.300	6.610	6.863	2.878	0.239	9.980	0.09688
84	8.400	9.400	6.682	6.974	2.924	0.246	10.145	0.09635
85	8.500	9.500	6.753	7.086	2.971	0.254	10.310	0.09583
86	8.600	9.600	6.824	7.198	3.018	0.261	10.477	0.09532
87	8.700	9.700	6.895	7.311	3.065	0.268	10.644	0.09482
88	8.800	9.800	6.966	7.424	3.113	0.276	10.812	0.09433
89	8.900	9.900	7.037	7.538	3.161	0.283	10.982	0.09384
90	9.000	10.000	7.108	7.652	3.209	0.291	11.152	0.09336
91	9.100	10.100	7.179	7.767	3.257	0.298	11.323	0.09289
92	9.200	10.200	7.250	7.883	3.305	0.306	11.494	0.09242
93	9.300	10.300	7.321	7.999	3.354	0.314	11.667	0.09197
94	9.400	10.400	7.392	8.116	3.403	0.321	11.840	0.09151
95	9.500	10.500	7.463	8.233	3.452	0.329	12.015	0.09107
96	9.600	10.600	7.534	8.351	3.502	0.337	12.190	0.09063
97	9.700	10.700	7.606	8.470	3.552	0.345	12.366	0.09020
98	9.800	10.800	7.677	8.589	3.601	0.353	12.543	0.08977
99	9.900	10.900	7.748	8.708	3.652	0.361	12.721	0.08935
100	10.000	11.000	7.819	8.828	3.702	0.369	12.899	0.08894
101	10.100	11.100	7.890	8.949	3.753	0.377	13.079	0.08853
102	10.200	11.200	7.961	9.070	3.803	0.385	13.259	0.08813
103	10.300	11.300	8.032	9.192	3.854	0.393	13.440	0.08773
104	10.400	11.400	8.103	9.314	3.906	0.402	13.622	0.08734
105	10.500	11.500	8.174	9.437	3.957	0.410	13.804	0.08695
106	10.600	11.600	8.245	9.560	4.009	0.418	13.988	0.08657
107	10.700	11.700	8.316	9.684	4.061	0.427	14.172	0.08619
108	10.800	11.800	8.387	9.809	4.113	0.435	14.357	0.08582
109	10.900	11.900	8.458	9.934	4.165	0.444	14.543	0.08546
110	11.000	12.000	8.530	10.059	4.218	0.452	14.729	0.08509
111	11.100	12.100	8.601	10.185	4.271	0.461	14.917	0.08474
112	11.200	12.200	8.672	10.312	4.324	0.469	15.105	0.08438
113	11.300	12.300	8.743	10.439	4.377	0.478	15.294	0.08403
114	11.400	12.400	8.814	10.566	4.431	0.487	15.484	0.08369
115	11.500	12.500	8.885	10.694	4.484	0.496	15.674	0.08335

A15- 2/2

***** GIRI140.BAS 11/01/14 A.21/01/14 ** 03-30-2014 ** 08:52:19 *****

fi = 1.129986 eta = 0.808044 csi = 1.000000								
i	lam	Lx/L0	L01/L0	n0	n1	n2	nn	d lam/dtetal
1	0.100	1.100	1.000	0.184	0.000	0.000	0.184	0.11869
2	0.200	1.200	1.000	0.268	0.000	0.000	0.268	0.20762
3	0.300	1.300	1.000	0.337	0.000	0.000	0.337	0.24202
4	0.400	1.400	1.000	0.400	0.000	0.000	0.400	0.25998
5	0.500	1.500	1.061	0.446	0.014	0.000	0.460	0.25894
6	0.600	1.600	1.131	0.491	0.031	0.000	0.523	0.24889
7	0.700	1.700	1.202	0.538	0.050	0.000	0.588	0.23980
8	0.800	1.800	1.273	0.586	0.069	0.000	0.655	0.23163
9	0.900	1.900	1.343	0.636	0.090	0.000	0.725	0.22423
10	1.000	2.000	1.414	0.686	0.111	0.000	0.797	0.21750
11	1.100	2.100	1.485	0.739	0.133	0.000	0.872	0.21134
12	1.200	2.200	1.556	0.792	0.156	0.000	0.948	0.20566
13	1.300	2.300	1.626	0.847	0.180	0.000	1.026	0.20042
14	1.400	2.400	1.697	0.902	0.204	0.000	1.107	0.19556
15	1.500	2.500	1.768	0.959	0.230	0.000	1.189	0.19103
16	1.600	2.600	1.838	1.018	0.256	0.000	1.273	0.18681
17	1.700	2.700	1.909	1.077	0.283	0.000	1.360	0.18285
18	1.800	2.800	1.980	1.137	0.310	0.000	1.447	0.17913
19	1.900	2.900	2.050	1.199	0.339	0.000	1.537	0.17563
20	2.000	3.000	2.121	1.261	0.368	0.000	1.629	0.17232
21	2.100	3.100	2.192	1.325	0.397	0.000	1.722	0.16920
22	2.200	3.200	2.263	1.389	0.428	0.000	1.817	0.16623
23	2.300	3.300	2.333	1.455	0.458	0.000	1.913	0.16342
24	2.400	3.400	2.404	1.522	0.490	0.000	2.012	0.16075
25	2.500	3.500	2.475	1.589	0.522	0.000	2.111	0.15820
26	2.600	3.600	2.545	1.658	0.555	0.000	2.213	0.15577
27	2.700	3.700	2.616	1.727	0.588	0.000	2.316	0.15345
28	2.800	3.800	2.687	1.798	0.622	0.000	2.420	0.15122
29	2.900	3.900	2.758	1.869	0.657	0.000	2.526	0.14910
30	3.000	4.000	2.828	1.942	0.692	0.000	2.634	0.14706
31	3.100	4.100	2.899	2.015	0.728	0.000	2.743	0.14510
32	3.200	4.200	2.970	2.089	0.764	0.000	2.853	0.14321
33	3.300	4.300	3.040	2.164	0.801	0.000	2.965	0.14140
34	3.400	4.400	3.111	2.240	0.838	0.000	3.078	0.13966
35	3.500	4.500	3.182	2.317	0.876	0.000	3.193	0.13797
36	3.600	4.600	3.252	2.395	0.914	0.000	3.309	0.13635
37	3.700	4.700	3.323	2.473	0.953	0.000	3.426	0.13478
38	3.800	4.800	3.394	2.552	0.993	0.000	3.545	0.13327
39	3.900	4.900	3.465	2.633	1.033	0.000	3.665	0.13181
40	4.000	5.000	3.535	2.714	1.073	0.000	3.787	0.13039
41	4.100	5.100	3.606	2.795	1.114	0.000	3.909	0.12902
42	4.200	5.200	3.677	2.878	1.155	0.000	4.033	0.12769
43	4.300	5.300	3.747	2.961	1.197	0.000	4.159	0.12640
44	4.400	5.400	3.818	3.046	1.240	0.000	4.285	0.12514
45	4.500	5.500	3.889	3.131	1.282	0.000	4.413	0.12393
46	4.600	5.600	3.959	3.216	1.326	0.000	4.542	0.12325
47	4.700	5.700	4.030	3.303	1.367	0.001	4.671	0.12401
48	4.800	5.800	4.101	3.390	1.403	0.005	4.799	0.12431
49	4.900	5.900	4.172	3.478	1.440	0.009	4.927	0.12322
50	5.000	6.000	4.242	3.567	1.477	0.013	5.057	0.12216
51	5.100	6.100	4.313	3.657	1.514	0.018	5.188	0.12113
52	5.200	6.200	4.384	3.747	1.551	0.022	5.320	0.12012
53	5.300	6.300	4.454	3.838	1.589	0.026	5.453	0.11913
54	5.400	6.400	4.525	3.930	1.627	0.031	5.587	0.11817
55	5.500	6.500	4.596	4.022	1.665	0.035	5.722	0.11724
56	5.600	6.600	4.667	4.115	1.704	0.040	5.859	0.11632
57	5.700	6.700	4.737	4.209	1.742	0.044	5.996	0.11543

***** GIRI140.BAS 11/01/14 A.21/01/14 ** 03-30-2014 ** 08:52:19 *****

i	lam	Lx/L0	L01/L0	n0	n1	n2	nn	diam/dteta1
58	5.800	6.800	4.808	4.304	1.782	0.049	6.134	0.11455
59	5.900	6.900	4.879	4.399	1.821	0.054	6.274	0.11370
60	6.000	7.000	4.949	4.495	1.861	0.058	6.414	0.11286
61	6.100	7.100	5.020	4.592	1.901	0.063	6.556	0.11204
62	6.200	7.200	5.091	4.689	1.941	0.068	6.698	0.11124
63	6.300	7.300	5.161	4.787	1.982	0.073	6.842	0.11046
64	6.400	7.400	5.232	4.886	2.023	0.078	6.987	0.10969
65	6.500	7.500	5.303	4.985	2.064	0.083	7.132	0.10894
66	6.600	7.600	5.374	5.085	2.105	0.088	7.279	0.10821
67	6.700	7.700	5.444	5.186	2.147	0.094	7.426	0.10748
68	6.800	7.800	5.515	5.287	2.189	0.099	7.575	0.10678
69	6.900	7.900	5.586	5.389	2.231	0.104	7.724	0.10608
70	7.000	8.000	5.656	5.492	2.273	0.110	7.875	0.10540
71	7.100	8.100	5.727	5.595	2.316	0.115	8.026	0.10474
72	7.200	8.200	5.798	5.699	2.359	0.121	8.179	0.10408
73	7.300	8.300	5.869	5.804	2.402	0.126	8.332	0.10344
74	7.400	8.400	5.939	5.909	2.446	0.132	8.487	0.10281
75	7.500	8.500	6.010	6.015	2.490	0.137	8.642	0.10219
76	7.600	8.600	6.081	6.121	2.534	0.143	8.798	0.10158
77	7.700	8.700	6.151	6.228	2.578	0.149	8.955	0.10099
78	7.800	8.800	6.222	6.336	2.623	0.155	9.113	0.10040
79	7.900	8.900	6.293	6.444	2.668	0.160	9.272	0.09982
80	8.000	9.000	6.363	6.553	2.713	0.166	9.432	0.09925
81	8.100	9.100	6.434	6.663	2.758	0.172	9.593	0.09870
82	8.200	9.200	6.505	6.773	2.804	0.178	9.755	0.09815
83	8.300	9.300	6.576	6.883	2.850	0.184	9.917	0.09761
84	8.400	9.400	6.646	6.995	2.896	0.190	10.081	0.09708
85	8.500	9.500	6.717	7.107	2.942	0.196	10.245	0.09656
86	8.600	9.600	6.788	7.219	2.988	0.203	10.410	0.09604
87	8.700	9.700	6.858	7.332	3.035	0.209	10.577	0.09554
88	8.800	9.800	6.929	7.446	3.082	0.215	10.744	0.09504
89	8.900	9.900	7.000	7.560	3.130	0.222	10.911	0.09455
90	9.000	10.000	7.071	7.675	3.177	0.228	11.080	0.09407
91	9.100	10.100	7.141	7.791	3.225	0.234	11.250	0.09359
92	9.200	10.200	7.212	7.906	3.273	0.241	11.420	0.09313
93	9.300	10.300	7.283	8.023	3.321	0.247	11.592	0.09266
94	9.400	10.400	7.353	8.140	3.370	0.254	11.764	0.09221
95	9.500	10.500	7.424	8.258	3.418	0.261	11.937	0.09176
96	9.600	10.600	7.495	8.376	3.467	0.267	12.111	0.09132
97	9.700	10.700	7.565	8.495	3.517	0.274	12.285	0.09089
98	9.800	10.800	7.636	8.614	3.566	0.281	12.461	0.09046
99	9.900	10.900	7.707	8.734	3.616	0.287	12.637	0.09004
100	10.000	11.000	7.778	8.855	3.666	0.294	12.814	0.08962
101	10.100	11.100	7.848	8.976	3.716	0.301	12.992	0.08921
102	10.200	11.200	7.919	9.097	3.766	0.308	13.171	0.08880
103	10.300	11.300	7.990	9.219	3.816	0.315	13.351	0.08840
104	10.400	11.400	8.060	9.342	3.867	0.322	13.531	0.08801
105	10.500	11.500	8.131	9.465	3.918	0.329	13.713	0.08762
106	10.600	11.600	8.202	9.589	3.969	0.336	13.895	0.08723
107	10.700	11.700	8.273	9.713	4.021	0.343	14.077	0.08685
108	10.800	11.800	8.343	9.838	4.073	0.351	14.261	0.08648
109	10.900	11.900	8.414	9.963	4.124	0.358	14.446	0.08611
110	11.000	12.000	8.485	10.089	4.177	0.365	14.631	0.08575
111	11.100	12.100	8.555	10.216	4.229	0.372	14.817	0.08539
112	11.200	12.200	8.626	10.342	4.281	0.380	15.004	0.08503
113	11.300	12.300	8.697	10.470	4.334	0.387	15.191	0.08468
114	11.400	12.400	8.767	10.598	4.387	0.395	15.379	0.08433
115	11.500	12.500	8.838	10.726	4.440	0.402	15.569	0.08399

λ_{mx} = allungamento massimo
maximum stretch ratio

e_{mx} = energia specifica massima
maximum specific energy

e = specific energy

$$e = e_{mx} \sum_{i=2}^i \alpha_i \left(\frac{\lambda}{\lambda_{mx}} \right)^i \quad \sum_{i=2} \alpha_i = 1 \quad (2.1.1)$$

G = peso del campione
sample weight

E = energia del campione
sample energy

$$E = G \cdot e = G \cdot e_{mx} \sum_{i=2}^i \alpha_i \left(\frac{\lambda}{\lambda_{mx}} \right)^i \quad (2.1.2)$$

L_{oc} = lunghezza campione a
fine prova di trazione.
sample length at the end
of traction test.

λ_0 = allungamento residuo
residual stretch ratio

$$L_{oc} = L_0 (1 + \lambda_0) \quad (2.1.1.1)$$

L_{mx} = lunghezza massima campione
maximum sample length

λ_{mx} = allungamento massimo campione
maximum sample stretch ratio

$$L_{mx} = (1 + \lambda_{mx}) L_0 \quad (2.1.1.2)$$

λ_{mxc} = allungamento massimo corretto
correct maximum stretch ratio

$$L_{mx} = (1 + \lambda_{mx}) L_0 = (1 + \lambda_{mxc}) (1 + \lambda_0) L_0 \quad (2.1.1.3)$$

$$\lambda_{mxc} = \frac{\lambda_{mx} - \lambda_0}{1 + \lambda_0} \quad (2.1.1.4)$$

$$T \equiv \left(\frac{\partial L}{\partial \epsilon} \right)_{\text{correct}} \quad (2.2.1.1)$$

$$\left(\frac{\partial L}{\partial \epsilon} \right)_{\text{correct}} = \frac{2}{3} \frac{(1 + \epsilon^2)^{\frac{3}{2}} - 1}{\epsilon^2} + \frac{2}{3} L \frac{d}{d\epsilon^2} \left[\frac{(1 + \epsilon^2)^{\frac{3}{2}} - 1}{\epsilon^2} \right] \frac{\partial \epsilon^2}{\partial L} \quad (2.2.1.2)$$

$$\left(\frac{\partial L}{\partial \epsilon} \right)_{\text{correct}} = \frac{\sqrt{1 + \epsilon^2} (8 - \epsilon^2) - 8}{3 \epsilon^2} \quad (2.2.1.3)$$

$$\lim_{\epsilon^2 \rightarrow 0} \left(\frac{\partial L}{\partial \epsilon} \right)_{\text{correct}} = 1$$

$$T = T_{mx} \frac{\sqrt{1+t^2}(8-t^2) - 8}{3t^2} \quad (2.2.1.4)$$

$$T_{mx} = \frac{G \cdot e_{mx}}{L_0 \lambda_{mx}} \sum_{i=2} i 2_i \left(\frac{1}{\lambda_{mx}} \right)^{i-1} \quad (2.2.1.5)$$

$$M d\vartheta + T dL = 0 \quad (2.2.2.1)$$

$$M = -T \left(\frac{dL}{d\vartheta} \right) \Big|_{\text{const}} \quad (2.2.2.2)$$

$$M = \frac{2}{3} T_{mx} R \frac{2 - \sqrt{1+t^2}(2-t^2)}{t^3} \quad (2.2.2.3)$$

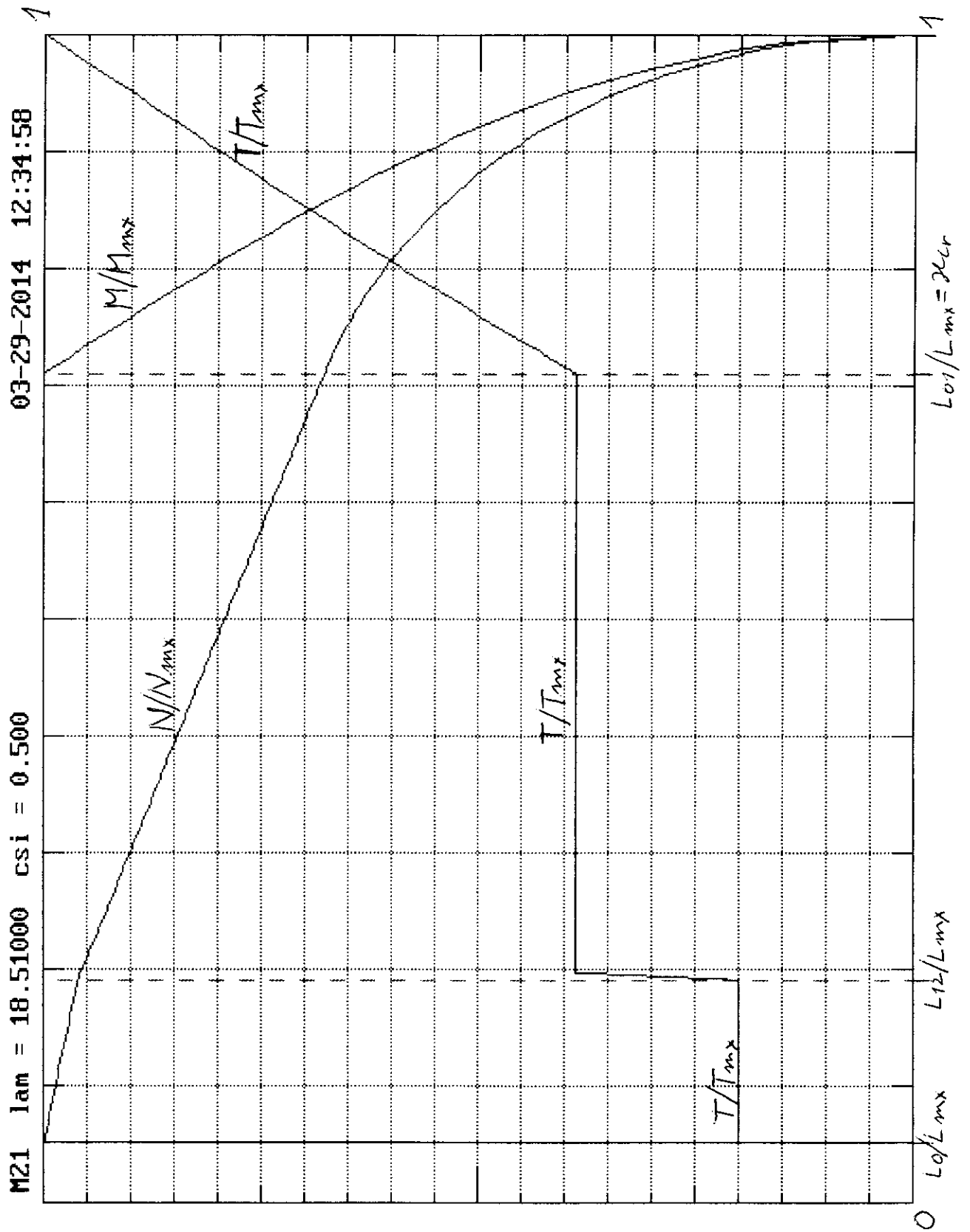
$$R = \sqrt{\frac{V}{\pi L}} \quad (2.2.2.4)$$

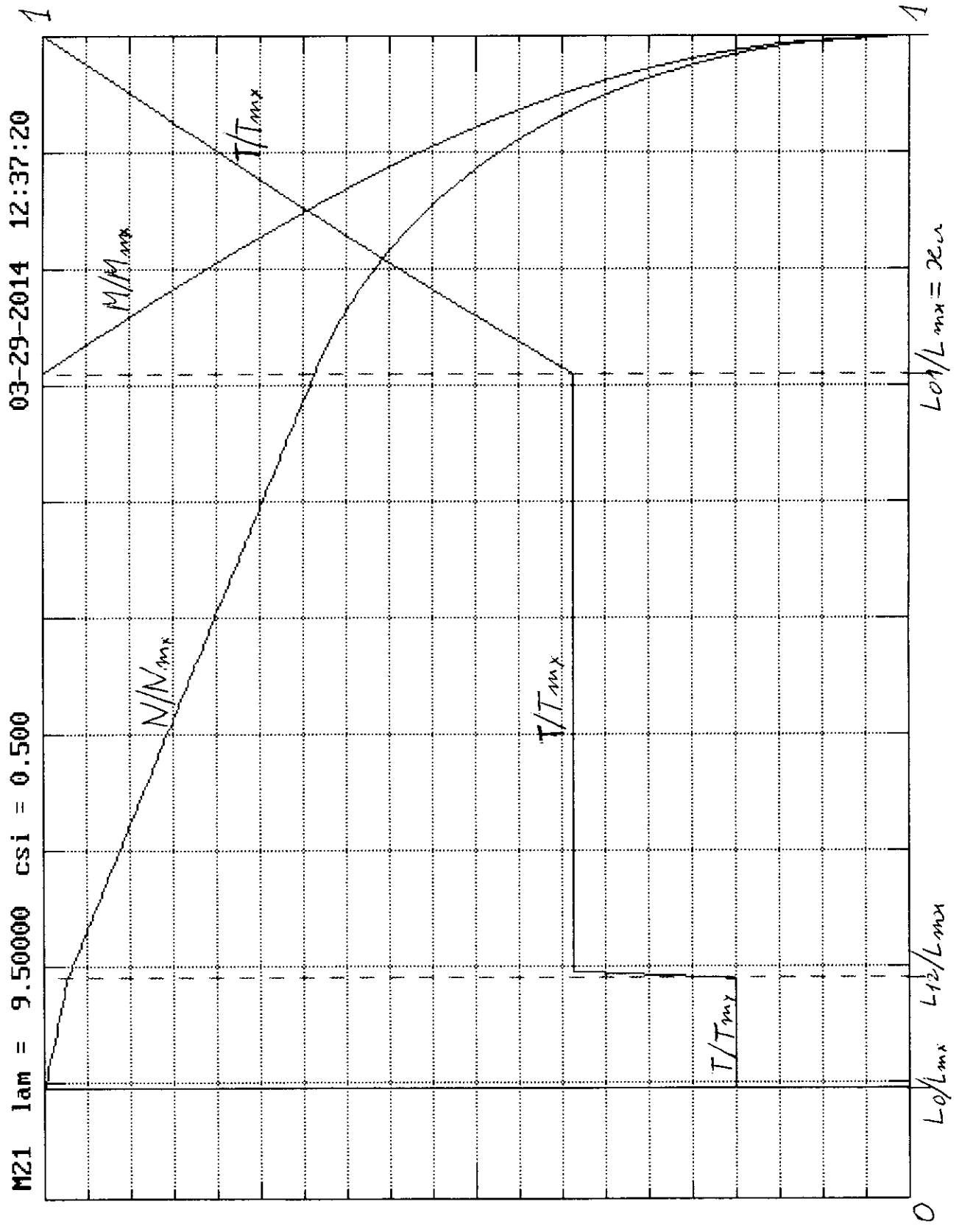
$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{R_{01}}{R_{12}} = \sqrt{\frac{L_{12}}{L_{01}}} \quad (2.3.1)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{2BB}{\pi \sqrt{3} \varphi^2}} \quad (2.3.2)$$

M_3 = momento discarica
discharge moment

$$M_3 = \left(\frac{\partial E}{\partial \vartheta} \right)_{L_0} = G \frac{d\vartheta}{d\lambda} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \vartheta} \right)_{L_{\text{wit}}} = G \frac{d\vartheta}{d\lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial \vartheta_1} \sqrt{\frac{V}{L_0^3}} \quad (2.4.1)$$





ρ = peso specifico
specific weight

$$\overline{M}_s = \frac{\sqrt{G^3}}{\sqrt{\rho L_0^3}} \frac{e_{mx}}{\lambda_{mx}} \left[\sum_{i=2}^i 2i \left(\frac{\lambda}{\lambda_{mx}} \right)^{i-1} \right] \frac{\partial \lambda}{\partial \varphi_i} \quad (2.4.2)$$

$\overline{M}_s$ = momento medio di scarica
nell'intervallo λ_1, λ_2 ;
discharge medium moment
in the interval λ_1, λ_2 :

$$\overline{M}_s = \left(\frac{\Delta E}{\Delta \varphi} \right)_{L_0} \quad (2.4.3)$$

N_1, N_2 = giri per $\lambda = \lambda_1, \lambda_2$
turns at $\lambda = \lambda_1, \lambda_2$

$$\overline{M}_s = \frac{E_2 - E_1}{2\pi(N_2 - N_1)} = \frac{G}{2\pi} \frac{e_2 - e_1}{N_2 - N_1} \quad (2.4.4)$$

$$e_2 - e_1 = e_{mx} \sum_{i=2}^i 2i \frac{\lambda_2^i - \lambda_1^i}{\lambda_{mx}^i} \quad (2.4.5)$$

$$N_2 - N_1 = \sqrt{\frac{L_0^3}{V}} (m_2 - m_1) \quad (2.4.6)$$

$$\bar{M}_j = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{G^3}{\rho L_0^3}} \frac{e_{mx}}{n n_2 - n n_1} \sum_{i=2}^{\infty} \frac{\lambda_2^i - \lambda_1^i}{\lambda_{mx}^i}$$

(2, 4, 7)

λ/λ_{mx}	$M_{kg\ cm}$	$\bar{M}_{kg\ cm}$	%
1	6.516	6.638	+1.9
0.95	4.709	4.733	+0.5
0.85	2.610	2.623	+0.5
0.65	1.420	1.404	-1.1