

LANCIO A MANO: VALUTAZIONE DELLA QUOTA LIMITE OTTENIBILE (03/2007)

Filippo Surace NIKE Milano

La nuova categoria dei veleggiatori radiocomandati lanciati a mano sta incontrando un notevole successo e non si esclude che questa tecnica possa essere estesa in futuro ad altre categorie di aeromodelli. Può essere interessante quindi valutare quali sono le reali possibilità di guadagno di quota, legate oltre che ai muscoli del lanciatore, alle caratteristiche aerodinamiche del modello.

A questo scopo ci proponiamo di studiare il moto del modello nei due casi elementari di traiettorie di salita rettilinea e balistica, ignorando i raccordi di inizio e fine salita. I guadagni di quota così calcolati rappresentano quindi valori limiti non raggiungibili, almeno a causa delle perdite di energia dovute ai suddetti raccordi.

-1-TRAIETTORIA RETTILINEA

-1.1-Legge del moto

Nella Fig. 1.1.1 è riportato lo schema della traiettoria limite sulla quale si fanno i calcoli.

Le equazioni 1.1.2, 1.1.3 esprimono le condizioni di equilibrio dinamico rispettivamente lungo la traiettoria rappresentata dall'asse 'x' e lungo la normale 'y'. Quest'ultima equazione fornisce il valore del coefficiente di portanza richiesto, inversamente proporzionale al quadrato della velocità (1.1.4).

La soluzione dell'equazione del moto 1.1.2 richiede la conoscenza del coefficiente di resistenza complessivo del modello C_d , riferito alla superficie alare, in funzione della velocità lungo la traiettoria. Si formula l'ipotesi che il coefficiente sia somma di due componenti:

-1-Un primo valore C_{d1} che esprime la resistenza del modello considerata minima in assetto di portanza nulla (C_{d0}) e funzione crescente del coefficiente di portanza, a causa dell'aumento delle resistenze di profilo (ala) e di assetto (fusoliera + impennaggio) (1.1.5). C_{d2} esprime il coefficiente di portanza per il quale si ha il raddoppio del coefficiente di resistenza minimo.

-Un secondo valore C_{d2} che esprime il contributo della resistenza indotta (1.1.6).

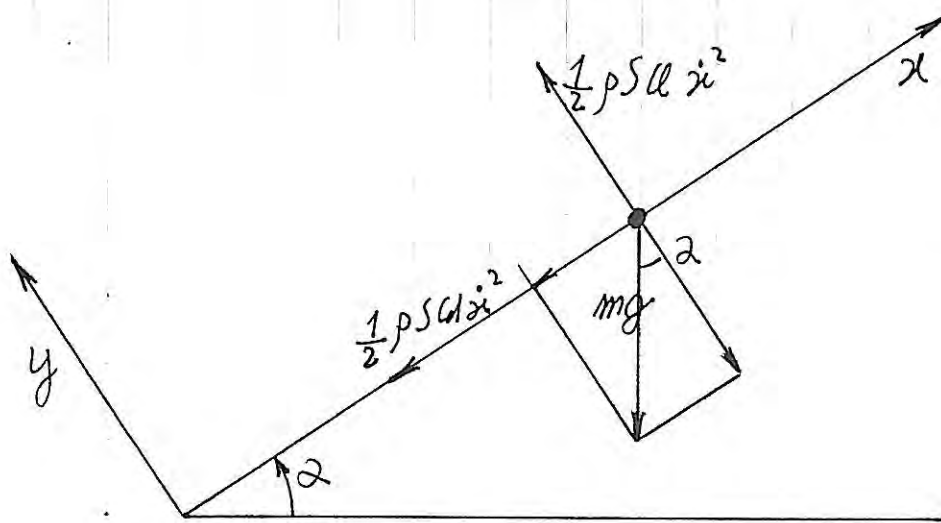


Fig. 1.1.1

α = angolo di inclinazione traiettoria

x = posizione modello sulla traiettoria

$\dot{x}$ = velocità modello

$\ddot{x}$ = accelerazione modello

g = accelerazione di gravità

m = massa modello

ρ = densità aria

S = superficie alare

C_L = coefficiente di portanza modello

C_D = coefficiente di resistenza

Equazioni del moto

Asse x :

$$m \ddot{x} = -mg \sin \alpha - \frac{1}{2} \rho S C_D \dot{x}^2$$

1.1.2

Assie y:

$$\frac{1}{2} \rho S C_d \dot{x}^2 = mg \cos \alpha \quad 1.1.3$$

$$C_d = \frac{2 mg \cos \alpha}{\rho S \dot{x}^2} \quad 1.1.4$$

$$C_{d1} = C_{d0} \left[1 + \left(\frac{C_d}{C_{d2}} \right)^2 \right] \quad 1.1.5$$

$$C_{d2} = \frac{U^2}{\pi \lambda} \quad \lambda = \text{allungamento ala} \quad 1.1.6$$

$$C_d = C_{d1} + C_{d2} = C_{d0} + \left(\frac{C_{d0}}{C_{d2}^2} + \frac{1}{\pi \lambda} \right) \left(\frac{2 mg \cos \alpha}{\rho S \dot{x}^2} \right)^2 \quad 1.1.7$$

$$\ddot{x} = - \frac{\rho S C_{d0} \dot{x}^2}{2m} - \left(\frac{C_{d0}}{C_{d2}^2} + \frac{S}{\pi L^2} \right) \frac{2 mg^2 \cos^2 \alpha}{\rho S \dot{x}^2} - g \sin \alpha \quad 1.1.8$$

(L = apertura alare)

Coefficienti di portanza e resistenza agli estremi dell'intervallo temporale di integrazione $0 \div \tau$

Per $t=0$: u_0 = velocità di lancio

$$C_{dmin} = \frac{2 mg \cos \alpha}{\rho S u_0^2} \quad 1.1.9$$

$$C_{dmin} = C_{d0} + \left(\frac{C_{d0}}{C_{d2}^2} + \frac{S}{\pi L^2} \right) C_{dmin}^2 \quad 1.1.10$$

Per $t=\tau$: u_p = velocità finale

$$C_{dmax} = \frac{2 mg \cos \alpha}{\rho S u_p^2} \quad 1.1.11$$

$$C_{dmax} = C_{d0} + \left(\frac{C_{d0}}{C_{d2}^2} + \frac{S}{\pi L^2} \right) C_{dmax}^2 \quad 1.1.12$$

Velocità equivalente u_e

$\dot{x}$ = velocità da mediare

$Cd \dot{x}^2 dx = Cd \dot{x}^3 dt$ = grandezza proporzionale
al lavoro elementare di attrito =
= "peso" della mediazione

$$u_e = \frac{\int_0^z \dot{x} [Cd \dot{x}^3] dt}{\int_0^z [Cd \dot{x}^3] dt} \quad 1.1.13$$

$$[Cd \dot{x}^3] = Cd_0 \dot{x}^3 + \left(\frac{Cd_0}{\dot{x}^2} + \frac{S}{\pi L^2} \right) \left(\frac{2mg \cos \alpha}{\rho S} \right)^2 \frac{1}{\dot{x}} \quad 1.1.14$$

Introducendo nelle 1.1.5, 1.1.6 l'espressione del coefficiente di portanza fornito dalla 1.1.4, si ottiene il coefficiente di resistenza complessivo 1.1.7. Introducendo infine questo valore nell'equazione 1.1.2 si ottiene l'equazione differenziale 1.1.8 del 2° ordine in x , che esprime la legge del moto del modello lungo la traiettoria rettilinea assegnata. Le formule da 1.1.9 a 1.1.12 esprimono i coefficienti di portanza e resistenza del modello agli estremi dell'intervallo di integrazione.

-1.2-Integrazione dell'equazione del moto

La soluzione in forma chiusa di questa equazione, del 1° ordine nella velocità, è possibile sostituendo al posto della velocità l'inverso del suo valore. Purtroppo la doppia integrazione richiesta e le successive elaborazioni sono molto lunghe e complicate.

Si è quindi preferito eseguire l'integrazione per via numerica, imponendo le seguenti condizioni iniziali e finali:

- Per $t = 0$: $x = 0$ velocità = u_0 (valore di lancio)
- Per velocità = u_p (valore di planata): arresto dell'integrazione.

Osservazione: La resistenza aerodinamica del modello gioca un ruolo importante nel calcolo dell'altezza di salita. E' quindi opportuno valutare accuratamente il numero di Reynolds medio da utilizzare per il calcolo di questa resistenza. A questo scopo si introduce la velocità equivalente ' u_e ' espressa dalla 1.1.13, come media pesata rispetto al lavoro di attrito, proporzionale localmente al prodotto del coefficiente di resistenza per il quadrato della velocità e per lo spostamento elementare. Gli integrali che definiscono la 1.1.13 si ottengono facilmente nel corso dell'integrazione dell'equazione del moto.

Nella Fig. 1.2.1 è illustrato un esempio di applicazione numerica realizzato con il programma LANCIO70.BAS. Le voci numerate rappresentano i dati di Input modificabili da tastiera. Si fanno i seguenti commenti:

INPUT:

- 1-Quota di lancio: in funzione della quota alla quale avviene il lancio, si calcolano densità e viscosità cinematica dell'aria tipo.
- 4-Apertura alare: E' attualmente l'unica voce regolamentata nella categoria.
- 7-Velocità finale: E' la velocità di planata. Si osserva che in genere si usano profili sottili e poco camberati allo scopo di minimizzare la resistenza nella fase di lancio. In planata i profili vengono flappati per minimizzare la velocità di discesa.
- 10-Passo d'integrazione: E' consigliabile adottare il valore di default ($1/10^5$ s) che fornisce nella grande maggioranza dei casi risultati sufficientemente precisi con tempi di elaborazione di qualche secondo. Volendo tuttavia verificare in casi particolari la validità del valore scelto, si consiglia di non allontanarsi molto dal valore di default, e di scartare quei valori che danno risultati molto diversi da quello di default.

RISULTATI ELABORAZIONE:

- Altezza ideale di salita: E' calcolata in assenza di resistenza aerodinamica mediante il semplice bilancio fra energia cinetica e potenziale, ed è quindi funzione esclusivamente delle velocità iniziale e finale.
- Altezza di salita: E' l'altezza limite che raggiunge il modello, calcolata come prodotto dello spazio percorso ' x ' a fine integrazione per il seno dell'angolo di salita.

***** LANCIO70.BAS 28/02/07 ** 03-03-2007 ** 14:15:32 *****

Lancio a mano: Altezza di salita nell'ipotesi di traiettoria rettilinea.

(Rif. Prestazioni 28/02/07)

INPUT:

-1-Quota di lancio ($0 \leq q_u \leq 3000$)	(m)	$q_u = 0$
-2-Massa modello	(gr)	$m_a = 280$
-3-Superficie alare	(dm^2)	$S_a = 22$
-4-Apertura alare	(m)	$L_a = 1.5$
-5-Coeff. di resistenza del modello completo riferito ad S_a per $Cl=0$		$Cd_0 = .015$
-6- Cl di raddoppio di Cd_0		$Cl_2 = 1$
-7-Inclinazione traiettoria ($10 \leq \alpha \leq 90$)	($^\circ$)	$\alpha = 60$
-8-Velocità di lancio	(m/s)	$u_0 = 25$
-9-Velocità finale	(m/s)	$u_p = 5$
-10-Passo d'integrazione	(ms)	$dt = .01$

COD. (<0=END; 0=O.K.)?

RISULTATI ELABORAZIONE:

Altezza ideale di salita ($Cd=0$)	(m)	$H_i = 30.59039$
Altezza di salita	(m)	$H_a = 24.26234$
Tempo di salita	(s)	$\tau = 1.957167$
Velocità media sulla traiettoria	(m/s)	$u_m = 12.39666$
Velocità media equivalente	(m/s)	$u_{er} = 19.58314$
N° di Reynolds medio equivalente		$Re_s = 196847$
Per $t=0$: Coeff. di portanza minimo		$Cl_{mn} = 1.630254E-02$
Coeff. di resistenza minimo		$Cd_{mn} = 1.501226E-02$
Efficienza		$En = 1.085949$
$t=\tau$: Coeff. di portanza massimo		$Cl_{mx} = .4075636$
Coeff. di resistenza massimo		$Cd_{mx} = 2.266151E-02$
Efficienza		$Ex = 17.98484$

COD. (<0=END; >=0=Nuovo Caso)?

Fig.1.2.1

```

DATA 280,22,1.5,60,.015,1,25,5,.01
READ ma0, Sa0, La, alfa, Cd0, Cl2, u0, up, dt0
pi = 4 * ATN(1)
100 CLS
PRINT "***** LANCIO70.BAS 28/02/07 ** "; DATE$; " ** "; TIME$; " *****"
PRINT "Lancio a mano: Altezza di salita nell'ipotesi di traiettoria"
PRINT "rettilinea.(Rif. Prestazioni 28/02/07)"
IF qu < 0 THEN qu = 0
IF qu > 3000 THEN qu = 3000
IF ma0 < 1 THEN ma0 = 1
IF Sa0 < 1 THEN Sa0 = 1
IF La < .2 THEN La = .2
IF Cd0 < .001 THEN Cd0 = .001
IF alfa < 10 THEN alfa = 10
IF alfa > 90 THEN alfa = 90
IF up < 0 THEN up = 0
IF u0 < up + .1 THEN u0 = up + .1
PRINT "      INPUT:"
PRINT "  -1-Quota di lancio (0<=qu<=3000)          (m)      qu ="; qu
PRINT "  -2-Massa modello                             (gr)      ma ="; ma0
PRINT "  -3-Superficie alare                          (dm^2)     Sa ="; Sa0
PRINT "  -4-Apertura alare                            (m)      La ="; La
PRINT "  -5-Coeff. di resistenza del modello"
PRINT "      completo riferito ad Sa per Cl=0          Cd0 ="; Cd0
PRINT "  -6-Cl di raddoppio di Cd0                     Cl2 ="; Cl2
PRINT "  -7-Inclinazione traiettoria"
PRINT "      (10<=alfa<=90)                          (°)     alfa ="; alfa
PRINT "  -8-Velocità di lancio                        (m/s)     u0 ="; u0
PRINT "  -9-Velocità finale                          (m/s)     up ="; up
PRINT "  -10-Passo d'integrazione                     (ms)     dt ="; dt0
PRINT
INPUT "      COD.(<0=END; 0=O.K.)"; fa
IF fa < 0 THEN END
IF fa = 0 THEN GOTO 200
IF fa = 1 THEN INPUT "                                qu ="; qu
IF fa = 2 THEN INPUT "                                ma ="; ma0
IF fa = 3 THEN INPUT "                                Sa ="; Sa0
IF fa = 4 THEN INPUT "                                La ="; La
IF fa = 5 THEN INPUT "                                Cd0 ="; Cd0
IF fa = 6 THEN INPUT "                                Cl2 ="; Cl2
IF fa = 7 THEN INPUT "                                alfa ="; alfa
IF fa = 8 THEN INPUT "                                u0 ="; u0
IF fa = 9 THEN INPUT "                                up ="; up
IF fa = 10 THEN INPUT "                               dt ="; dt0
GOTO 100
200 LOCATE 22, 25
PRINT "A T T E N D E R E"
REM Caratteristiche aria
co = qu / 1500
ro = 1.225 - .1759 * co + .009 * co ^ 2      'densità
'viscosità cinematica
vic = (14.591 + 1.6665 * co + .1535 * co ^ 2) / 10 ^ 6
REM Omogeneizzazione
ma = ma0 / 1000
Sa = Sa0 / 100
seno = SIN(pi * alfa / 180)

```

Fig. 1.2.2.a

```

coseno = COS(pi * alfa / 180)
dt = dt0 / 1000
REM Coefficienti integrazione
col = ro * Sa * Cd0 / 2 / ma
co2 = 2 * ma * (9.807 * coseno) ^ 2 / ro / Sa
co2 = co2 * (Cd0 / Cl2 ^ 2 + Sa / pi / La ^ 2)
co3 = 9.807 * seno
co4 = Cd0 / Cl2 ^ 2 + Sa / pi / La ^ 2
co4 = co4 * (2 * ma * 9.807 * coseno / ro / Sa) ^ 2
REM Integrazione
x = 0
xp = u0
somman = 0
sommad = 0
t = 0
itera:
x2p = -col * xp ^ 2 - co2 / xp ^ 2 - co3      'accelerazione
x = x + xp * dt + x2p * dt ^ 2 / 2           'spazio
xp = xp + x2p * dt                           'velocità
t = t + dt                                    'tempo
como = Cd0 * xp ^ 3 + co4 / xp
sommad = sommad + como                      'denominatore uer
somman = somman + como * xp                 'numeratore uer
IF xp > up THEN GOTO itera
Ha = x * seno                                'altezza limite
tau = t                                       'tempo di salita
um = x / t                                   'velocità media
uer = somman / sommad                       'velocità equivalente
Hi = (u0 ^ 2 - up ^ 2) / 2 / 9.807           'altezza ideale
Res = INT(uer * Sa / La / vic + .5)          'Reynolds
co = 2 * ma * 9.807 * coseno / ro / Sa
Clmn = co / u0 ^ 2
IF Clmn < 0 THEN Clmn = 0
Clmx = co / up ^ 2
IF Clmx < 0 THEN Clmx = 0
co = Cd0 / Cl2 ^ 2 + Sa / pi / La ^ 2
Cdmn = Cd0 + co * Clmn ^ 2
Cdmx = Cd0 + co * Clmx ^ 2
CLS
PRINT "      RISULTATI ELABORAZIONE:"
PRINT "      Altezza ideale di salita (Cd=0)      (m)   Hi ="; Hi
PRINT "      Altezza di salita                    (m)   Ha ="; Ha
PRINT "      Tempo di salita                      (s)   tau ="; tau
PRINT "      Velocità media sulla traiettoria      (m/s)  um ="; Ha / tau
PRINT "      Velocità media equivalente            (m/s)  uer ="; uer
PRINT "      N° di Reynolds medio equivalente      Res ="; Res
PRINT "      Per t=0: Coeff. di portanza minimo    Clmn ="; Clmn
PRINT "              Coeff. di resistenza minimo  Cdmn ="; Cdmn
PRINT "              Efficienza                    En ="; Clmn / Cdmn
PRINT "      t=tau: Coeff. di portanza massimo     Clmx ="; Clmx
PRINT "              Coeff. di resistenza massimo  Cdmx ="; Cdmx
PRINT "              Efficienza                    Ex ="; Clmx / Cdmx
PRINT
INPUT "      COD. (<0=END; >=0=Nuovo Caso)"; fa
IF fa >= 0 THEN GOTO 100
END

```

Fig. 1.2.2.6

- Tempo di salita: E' corrispondente all'altezza di salita.
- Velocità media sulla traiettoria: è il rapporto spazio percorso/tempo
- Velocità media equivalente: E' calcolata con la 1.1.13 e serve al calcolo del numero di Reynolds medio equivalente.
- Coefficienti di portanza, resistenza ed efficienze calcolati per $t = 0$ e $t = \tau$:
Forniscono indicazioni molto utili per la verifica di validità dei dati di Input e della integrazione. Ad esempio, occorre verificare che i valori massimi del coefficiente di portanza e di efficienza che si hanno a fine salita, siano compatibili con il profilo adottato e con la configurazione del modello.

Nelle Figg. 1.2.2 è riportato il listato del programma LANCIO70.BAS scritto in QuickBASIC, facilmente trasformabile in altro linguaggio (Fortran, Visual etc.)

-1.3-Applicazione numerica

Consideriamo un modello caratterizzato dai dati geometrici e di lancio di default, ed eseguiamo una accurata valutazione dei dati aerodinamici.

Profilo alare: Adottiamo il profilo AG16 in configurazione di lancio (non flappato), i cui dati geometrici sono riportati nelle Figg. 1.3.1. Conoscendo la corda media:

$$Sa/La = 146.7 \text{ mm}$$

e l'ordine di grandezza della velocità media equivalente, valutiamo mediante XFOIL i coefficienti aerodinamici che interessano nelle condizioni:

Numero di Reynolds Res = 200000

Ncr = 11

Si ottiene:

Condizione di portanza nulla:

Incidenza: -1.671° : $Clp = 0.0000$ $Cdp = 0.00842$

Condizione di raddoppio del Cdp:

Incidenza: 6.402° : $Clp = 0.9079$ $Cdp = 2 \times 0.00842 = 0.01684$

Impennaggio: Si ipotizza un contributo alla resistenza del 15% di quella alare.

Fusoliera: Si stima una sezione maestra pari all'1% della superficie alare, caratterizzata da un coefficiente di resistenza riferito alla sezione maestra = 0.5. Ipotizzando che le resistenze aggiunte seguano l'andamento di quella dell'ala, si ottiene:

$$Cd0 = 0.00842 \times (1 + 0.15) + 0.01 \times 0.5 = 0.014683$$

$$Cl2 = 0.9079$$

Il calcolo di verifica riportato in Fig. 1.3.2 conferma la plausibilità dei dati aerodinamici stimati. Nella tabella che segue sono riportati i principali risultati dei calcoli eseguiti a quota di lancio nulla, a diverse inclinazioni della traiettoria, e con velocità iniziale e finale di 25 m/s e 5 m/s:

Altezza ideale di salita = 30.59 m

alfa°	tau(s)	Ha(m)	Clmx	Ex
90	1.740	25.05	0.0000	0.00
75	1.792	24.88	0.2110	12.51
60	1.963	24.36	0.4076	17.82
45	2.318	23.31	0.5764	18.63
30	3.039	21.30	0.7059	18.07
15	3.505	16.93	0.7874	17.49

***** PROFIL50.BAS 3/11/05 ** 17:26:43 ** 03-02-2007 *****

Grafico di un profilo con coordinate sequenziali dorso-ventre.

Raggi di curvatura naso calcolati all'ascissa minima.

Rif. Geometria Profili 3/11/05. Aggiornamento 22/06/06.

Profilo :AG16.DAT

Etichetta:AG 16

Coordinate profilo:

100*x	100*y	100*x	100*y	100*x	100*y	100*x	100*y
99.9982	0.0259	45.4885	4.7041	0.0000	-0.0195	46.8873	-0.8906
99.4055	0.0895	44.1027	4.7716	0.0341	-0.1673	48.2781	-0.8188
98.2059	0.2185	42.7174	4.8347	0.1328	-0.3130	49.6682	-0.7484
96.8510	0.3609	41.3328	4.8928	0.2935	-0.4552	51.0577	-0.6794
95.4662	0.5047	39.9483	4.9459	0.5261	-0.6046	52.4471	-0.6121
94.0774	0.6484	38.5642	4.9937	0.8653	-0.7730	53.8359	-0.5465
92.6885	0.7912	37.1812	5.0359	1.3784	-0.9725	55.2243	-0.4831
91.2993	0.9331	35.7986	5.0720	2.1492	-1.2025	56.6124	-0.4218
89.9100	1.0743	34.4163	5.1021	3.1716	-1.4331	58.0004	-0.3628
88.5210	1.2146	33.0353	5.1256	4.3529	-1.6291	59.3877	-0.3061
87.1319	1.3539	31.6555	5.1420	5.6132	-1.7887	60.7748	-0.2521
85.7433	1.4921	30.2760	5.1509	6.9116	-1.9147	62.1614	-0.2007
84.3545	1.6291	28.8982	5.1522	8.2329	-2.0122	63.5476	-0.1521
82.9661	1.7647	27.5220	5.1450	9.5697	-2.0863	64.9333	-0.1064
81.5777	1.8989	26.1465	5.1289	10.9171	-2.1400	66.3189	-0.0637
80.1890	2.0318	24.7732	5.1036	12.2724	-2.1765	67.7044	-0.0238
78.8007	2.1631	23.4021	5.0681	13.6334	-2.1977	69.0898	0.0128
77.4122	2.2928	22.0327	5.0219	14.9994	-2.2057	70.4753	0.0461
76.0234	2.4210	20.6665	4.9643	16.3688	-2.2019	71.8610	0.0764
74.6349	2.5476	19.3035	4.8942	17.7415	-2.1877	73.2471	0.1032
73.2460	2.6726	17.9439	4.8108	19.1166	-2.1644	74.6331	0.1265
71.8568	2.7960	16.5899	4.7128	20.4936	-2.1333	76.0195	0.1469
70.4680	2.9179	15.2408	4.5986	21.8725	-2.0952	77.4062	0.1633
69.0792	3.0379	13.8987	4.4671	23.2530	-2.0509	78.7929	0.1765
67.6901	3.1561	12.5653	4.3158	24.6346	-2.0012	80.1802	0.1863
66.3014	3.2725	11.2413	4.1431	26.0179	-1.9469	81.5681	0.1921
64.9130	3.3868	9.9311	3.9463	27.4022	-1.8884	82.9560	0.1944
63.5243	3.4990	8.6363	3.7222	28.7877	-1.8267	84.3441	0.1932
62.1358	3.6090	7.3635	3.4678	30.1747	-1.7627	85.7326	0.1883
60.7477	3.7166	6.1172	3.1787	31.5629	-1.6960	87.1211	0.1799
59.3595	3.8217	4.9093	2.8512	32.9522	-1.6271	88.5098	0.1680
57.9713	3.9243	3.7574	2.4830	34.3431	-1.5563	89.8988	0.1521
56.5836	4.0241	2.6987	2.0770	35.7351	-1.4841	91.2876	0.1324
55.1961	4.1210	1.8028	1.6568	37.1284	-1.4106	92.6767	0.1097
53.8084	4.2148	1.1373	1.2701	38.5229	-1.3364	94.0657	0.0839
52.4210	4.3055	0.6948	0.9495	39.9185	-1.2615	95.4550	0.0538
51.0343	4.3927	0.4080	0.6919	41.3144	-1.1865	96.8415	0.0208
49.6475	4.4762	0.2203	0.4781	42.7092	-1.1116	98.2033	-0.0149
48.2606	4.5562	0.0968	0.2947	44.1028	-1.0373	99.4056	-0.0494
46.8743	4.6323	0.0230	0.1312	45.4954	-0.9635	100.0001	-0.0670

Risultati elaborazione:

Raggio naso dorso	100*rod = 0.494
Raggio naso ventre	100*rov = 0.320
Raggio medio aritmetico	100*roa = 0.407
Raggio medio geometrico	100*rog = 0.398
Ascissa camber massimo	100*xcx = 46.285
Camber massimo	100*ycx = 1.881
Ascissa spessore massimo	100*xbx = 22.849
Spessore massimo	100*ybx = 7.115
Area	100*Are = 4.269
Incid. tangente inferiore	(°) db = 1.489
Coeff. di portanza MCL	Clmcl = 0.232
Coeff. di momento MCL	Cmmcl = -0.053

Fig.13.1.a

10/22

AG16.DAT
AG 16

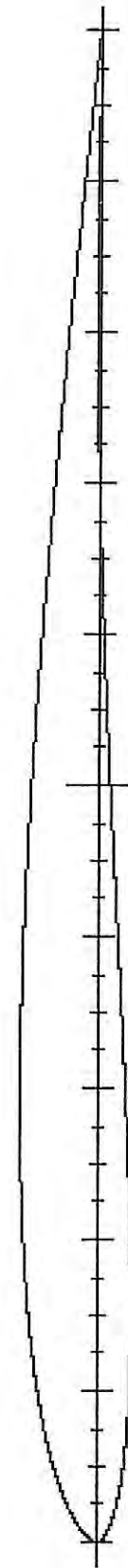


Fig. 13.1.1.b

***** LANCIO70.BAS 28/02/07 ** 03-03-2007 ** 14:17:57 *****

Lancio a mano: Altezza di salita nell'ipotesi di traiettoria rettilinea.

(Rif. Prestazioni 28/02/07)

INPUT:

-1-Quota di lancio ($0 \leq q_u \leq 3000$)	(m)	$q_u = 0$
-2-Massa modello	(gr)	$m_a = 280$
-3-Superficie alare	(dm^2)	$S_a = 22$
-4-Apertura alare	(m)	$L_a = 1.5$
-5-Coeff. di resistenza del modello completo riferito ad S_a per $Cl=0$		$Cd_0 = .014683$
-6- Cl di raddoppio di Cd_0		$Cl_2 = .9079$
-7-Inclinazione traiettoria ($10 \leq \alpha \leq 90$)	($^\circ$)	$\alpha = 60$
-8-Velocità di lancio	(m/s)	$u_0 = 25$
-9-Velocità finale	(m/s)	$u_p = 5$
-10-Passo d'integrazione	(ms)	$dt = .01$

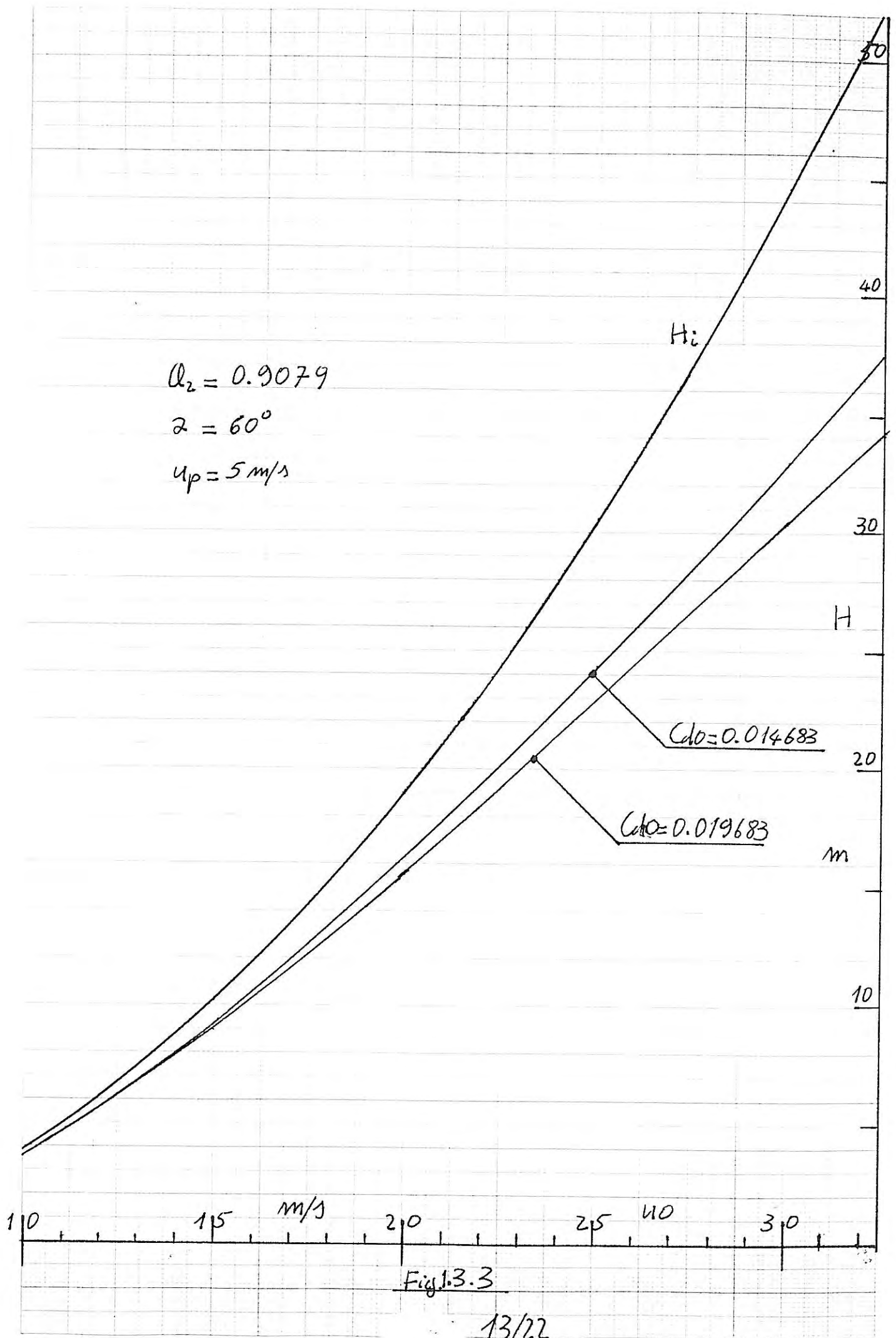
COD. (<0=END; 0=O.K.)?

RISULTATI ELABORAZIONE:

Altezza ideale di salita ($Cd=0$)	(m)	$H_i = 30.59039$
Altezza di salita	(m)	$H_a = 24.36148$
Tempo di salita	(s)	$\tau = 1.963455$
Velocità media sulla traiettoria	(m/s)	$u_m = 12.40745$
Velocità media equivalente	(m/s)	$u_{er} = 19.58631$
N° di Reynolds medio equivalente		$Re_s = 196879$
Per $t=0$: Coeff. di portanza minimo		$Cl_{mn} = 1.630254E-02$
Coeff. di resistenza minimo		$Cd_{mn} = 1.469601E-02$
Efficienza		$En = 1.109318$
$t=\tau$: Coeff. di portanza massimo		$Cl_{mx} = .4075636$
Coeff. di resistenza massimo		$Cd_{mx} = 2.281178E-02$
Efficienza		$Ex = 17.86636$

COD. (<0=END; >=0=Nuovo Caso)?

Fig. 1.3.2



Si osserva:

- I valori di $C_{l_{mx}}$ ed E_x sono in tutti i casi ragionevoli e compatibili con il profilo alare adottato; i risultati sono quindi attendibili.
- Le altezze limiti si riducono al ridursi dell'inclinazione della traiettoria, e tuttavia per inclinazioni $>45^\circ$ le perdite sono molto contenute. Si tenga presente d'altra parte che elevate inclinazioni di traiettoria aumentano le perdite di raccordo, non considerate, insieme alla difficoltà di pilotaggio.

Nella Fig. 1.3.3 è riportato il confronto in funzione della velocità di lancio fra altezza ideale ed altezze limiti calcolate con $\alpha = 60^\circ$, con il valore di C_{d0} stimato e per un valore maggiorato ottenuto ipotizzando il raddoppio della resistenza della fusoliera. Il calcolo è eseguito con velocità finale di 5 m/s e velocità di lancio comprese fra 10 e 32.5 m/s.

-2-TRAJETTORIA BALISTICA

-2.1-Legge del moto

In questo caso si considera il modello in assetto di coefficiente di portanza nullo lungo tutta la salita. Il suo comportamento aerodinamico è quindi caratterizzato soltanto dal coefficiente di resistenza C_{d0} (Quando non diversamente indicato, utilizzeremo nel seguito gli stessi simboli del caso precedente).

Con riferimento alla Fig. 2.1.1, 'P-O' è il vettore che definisce la posizione del modello. Indicando per semplicità il vettore con la lettera 'P', l'equazione vettoriale del moto è espressa dalla 2.1.2. Sostituendo nella 2.1.2 le espressioni di 'P' e delle sue derivate fornite dalle 2.1.3 e 2.1.4, e proiettando l'equazione sugli assi 'x', 'y', si ottiene il sistema di equazioni scalari 2.1.5 e 2.1.6. Per le stesse ragioni indicate nel caso precedente, la integrazione viene eseguita 'step by step', con le seguenti condizioni iniziali e finali:

- Per $t = 0$: $x = 0$ $y = 0$ Velocità = u_0 (componenti da definire)
- Per velocità = u_p : arresto dell'integrazione

Si osserva che il vettore velocità iniziale è definito a meno dell'inclinazione iniziale della traiettoria. Si utilizza questo grado di libertà disponibile per imporre che all'arresto dell'integrazione la traiettoria sia orizzontale. Si ottiene in tal modo il raccordo finale quasi perfetto con la traiettoria di planata. Questo risultato si ottiene numericamente per iterazione dell'inclinazione iniziale.

-2.2-Integrazione delle equazioni del moto

L'integrazione viene eseguita mediante il programma LANCIO72.BAS.

Nella Fig. 2.2.1 è riportato un esempio di calcolo eseguito con i dati di default.

I dati di Input sono di immediata comprensione tranne la voce -9- relativa all'iterazione richiesta per la valutazione dell'inclinazione iniziale della traiettoria. Ad ogni iterazione il programma si arresta nell'istante in cui la componente verticale della velocità si annulla. Segue la verifica della velocità finale che deve coincidere col valore assegnato 'up', a meno

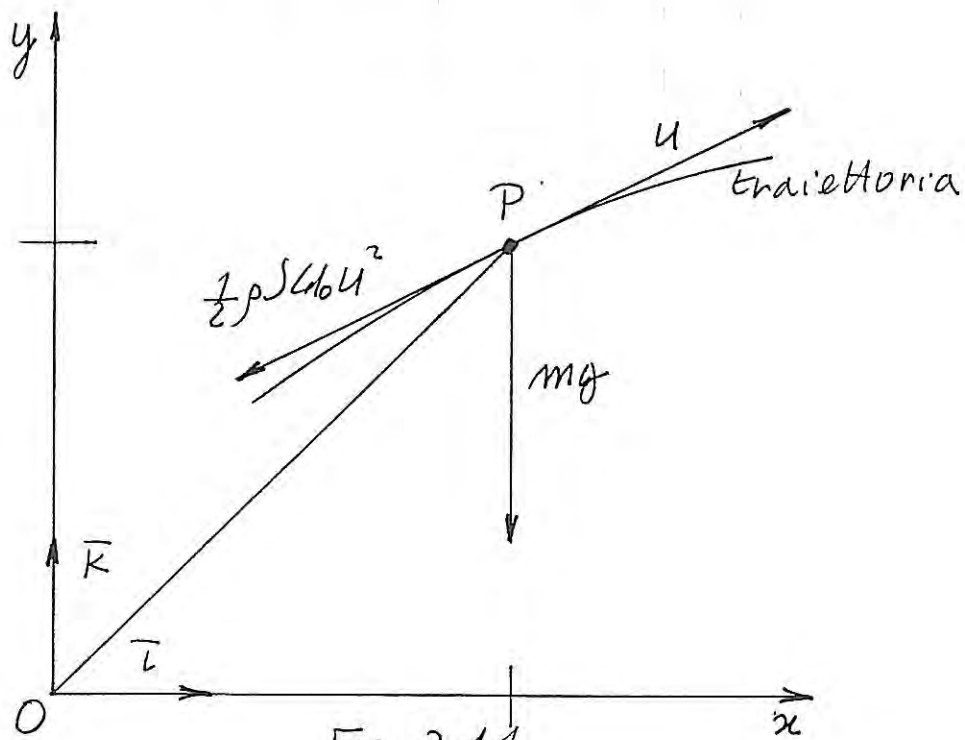


Fig. 2.1.1.

$$m\ddot{\vec{P}} = -\frac{1}{2}\rho S C_d |\dot{\vec{P}}| \dot{\vec{P}} - mg\vec{k} \quad 2.1.2$$

$$\vec{P} = \vec{l}x + \vec{k}y \quad \dot{\vec{P}} = \vec{l}\dot{x} + \vec{k}\dot{y} \quad 2.1.3$$

$$\ddot{\vec{P}} = \vec{l}\ddot{x} + \vec{k}\ddot{y} \quad |\dot{\vec{P}}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \quad 2.1.4$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{\rho S C_d}{2m} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \dot{x} \end{cases} \quad 2.1.5$$

$$\begin{cases} \ddot{y} = -\frac{\rho S C_d}{2m} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \dot{y} - g \end{cases} \quad 2.1.6$$

***** LANCIO72.BAS 6/03/07 ** 03-08-2007 ** 15:50:46 *****
 Lancio a mano: Altezza di salita nell'ipotesi di traiettoria
 balistica (Rif. Prestazioni 7/03/07)

INPUT:

-1-Quota di lancio ($0 \leq qu \leq 3000$)	(m)	$qu = 0$
-2-Massa modello	(gr)	$ma = 280$
-3-Superficie alare	(dm ²)	$Sa = 22$
-4-Apertura alare	(m)	$La = 1.5$
-5-Coeff. di resistenza del modello completo riferito ad Sa per Cl=0		$Cd0 = .015$
-6-Velocità di lancio	(m/s)	$u0 = 25$
-7-Velocità finale	(m/s)	$up = 5$
-8-Passo d'integrazione	(ms)	$dt = .01$
-9-Errore max. sulla velocità finale		$100*eps = 1$

COD. (<0=END; 0=O.K.)?

RISULTATI ELABORAZIONE:

Altezza ideale di salita ($Cd0=0$)	(m)	$Hi = 30.59039$
Ascissa ideale di salita	(m)	$xi = 12.48848$
Angolo di lancio	(°)	$alfa = 75.67037$
Altezza di salita	(m)	$He = 24.66843$
Ascissa di salita	(m)	$xe = 11.6972$
Tempo di salita	(s)	$tau = 2.171147$
Velocità media di salita	(m/s)	$um = 11.36193$
Velocità media equiv. di salita	(m/s)	$uer = 19.47621$
N° di Reynolds medio equiv. di salita		$Res = 195772$

COD. (<0=END; >=0=O.K.)?

Fig. 2.2.1

LANC1072.BAS 6/03/07
03-08-2007 * 15:38:49

INPUT:

qu (m) = 0
ma (gr) = 280
Sa (dm²) = 22
La (m) = 1.5
Cd0 = .015
u0 (m/s) = 25
up (m/s) = 5
dt (ms) = .01
100*eps = 1

RISULTATI:

Hi (m) = 30.59039
xi (m) = 12.48848
alfa (°) = 75.67037
He (m) = 24.66843
xe (m) = 11.6972
tau (s) = 2.171147
um (m/s) = 11.36193
uer (m/s) = 19.47621
Res = 195772

? ■

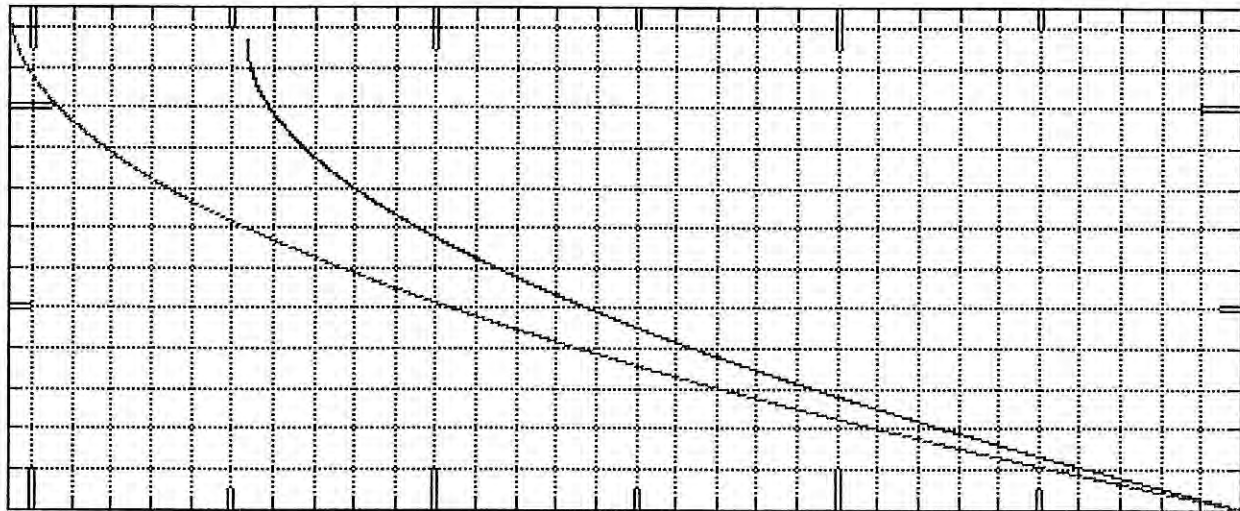


Fig. 2.2.2

LANC1072.BAS 6/03/07
03-07-2007 * 19:17:18

INPUT:

qu (m) = 0
ma (gr) = 280
Sa (dm²) = 22
La (m) = 1.5
Cd0 = .015
u0 (m/s) = 20
up (m/s) = 5
dt (ms) = .01
100*eps = 1

RISULTATI:

Hi (m) = 19.119
xi (m) = 9.873007
alfa (°) = 72.5424
He (m) = 16.41439
xe (m) = 9.421857
tau (s) = 1.789319
um (m/s) = 9.173541
uer (m/s) = 15.60345
Res = 156844

? ■

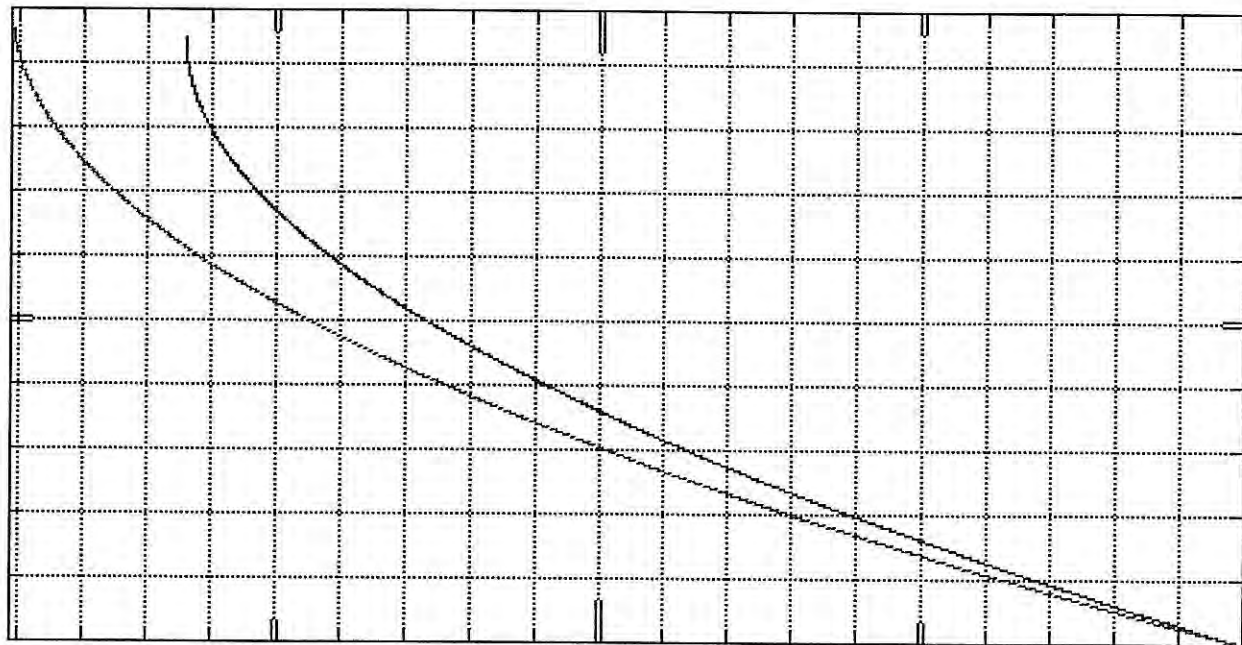


Fig. 2.2.3

```

pi = 4 * ATN(1)
DATA 280,22,1.5,.015,25,5,.01,1
READ ma0, Sa0, La, Cd0, u0, up, dt0, eps0
100 CLS
PRINT "***** LANCIO72.BAS 6/03/07 ** "; DATE$; " ** "; TIME$; " *****"
PRINT "Lancio a mano: Altezza di salita nell'ipotesi di traiettoria"
PRINT "balistica (Rif. Prestazioni 7/03/07)"
IF qu < 0 THEN qu = 0
IF qu > 3000 THEN qu = 3000
IF ma0 < 1 THEN ma0 = 1
IF Sa0 < 1 THEN Sa0 = 1
IF La < .2 THEN La = .2
IF Cd0 < .001 THEN Cd0 = .001
IF up < 0 THEN up = 0
IF u0 < up + .1 THEN u0 = up + .1
PRINT "      INPUT:"
PRINT " -1-Quota di lancio (0<=qu<=3000)          (m) qu ="; qu
PRINT " -2-Massa modello                             (gr) ma ="; ma0
PRINT " -3-Superficie alare                          (dm^2) Sa ="; Sa0
PRINT " -4-Apertura alare                            (m) La ="; La
PRINT " -5-Coeff. di resistenza del modello"
PRINT "      completo riferito ad Sa per Cl=0          Cd0 ="; Cd0
PRINT " -6-Velocità di lancio                        (m/s) u0 ="; u0
PRINT " -7-Velocità finale                          (m/s) up ="; up
PRINT " -8-Passo d'integrazione                     (ms) dt ="; dt0
PRINT " -9-Errore max. sulla velocità finale      100*eps ="; eps0
INPUT "      COD.(<0=END; 0=O.K.)"; fa
IF fa < 0 THEN END
IF fa = 0 THEN GOTO 200
IF fa = 1 THEN INPUT "                                qu ="; qu
IF fa = 2 THEN INPUT "                                ma ="; ma0
IF fa = 3 THEN INPUT "                                Sa ="; Sa0
IF fa = 4 THEN INPUT "                                La ="; La
IF fa = 5 THEN INPUT "                                Cd0 ="; Cd0
IF fa = 6 THEN INPUT "                                u0 ="; u0
IF fa = 7 THEN INPUT "                                up ="; up
IF fa = 8 THEN INPUT "                                dt ="; dt0
IF fa = 9 THEN INPUT "                                eps ="; eps0
GOTO 100
200 REM Omogeneizzazione
co = qu / 1500
ro = 1.225 - .1759 * co + .009 * co ^ 2 'densità
vic = (14.591 + 1.6665 * co + .1535 * co ^ 2) / 10 ^ 6 'visc cinem.
ma = ma0 / 1000
Sa = Sa0 / 100
dt = dt0 / 1000
Cam = Sa / La
eps = eps0 / 100
LOCATE 15, 30
PRINT "A T T E N D E R E"

```

Fig. 2.2.4.a

19/22

```

REM Integrazione
aa = ro * Sa * Cd0 / 2 / ma
delta = up / 10
segno0 = 1
xp0 = up
itera1:                                     'iterazione su velocità finale
xp = xp0
yp = SQR(u0 ^ 2 - xp ^ 2)
t = 0
x = 0
y = 0
como = SQR(xp ^ 2 + yp ^ 2)
somma3 = como ^ 3
somma4 = como ^ 4
itera:                                     'integrazione fino alla max. quota
co = SQR(xp ^ 2 + yp ^ 2)
x2p = -aa * co * xp
y2p = -aa * co * yp - 9.807
x = x + xp * dt + x2p * dt ^ 2 / 2
xp = xp + x2p * dt
y = y + yp * dt + y2p * dt ^ 2 / 2
yp = yp + y2p * dt
como = SQR(xp ^ 2 + yp ^ 2)
somma3 = somma3 + como ^ 3
somma4 = somma4 + como ^ 4
t = t + dt
IF yp > 0 THEN GOTO itera
segno = SGN(xp - up)
IF segno * segno0 < 0 THEN delta = delta / 2 'ricerca dicotomica xp0
segno0 = segno
xp0 = xp0 - segno * delta
IF ABS(xp - up) / up > eps GOTO itera1
alfa = ATN(SQR((u0 / xp0) ^ 2 - 1)) * 180 / pi
tau = t
He = y
xe = x
Hi = (u0 ^ 2 - up ^ 2) / 2 / 9.807
xii = up * SQR(u0 ^ 2 - up ^ 2) / 9.807
uer = somma4 / somma3
Res = INT(uer * Cam / vic + .5)
300 CLS
PRINT "          RISULTATI ELABORAZIONE:"
PRINT "          Altezza ideale di salita (Cd0=0)      (m)      Hi =" ; Hi
PRINT "          Ascissa ideale di salita              (m)      xi =" ; xii
PRINT "          Angolo di lancio                        (°)      alfa =" ; alfa
PRINT "          Altezza di salita                        (m)      He =" ; He
PRINT "          Ascissa di salita                        (m)      xe =" ; xe
PRINT "          Tempo di salita                          (s)      tau =" ; tau
PRINT "          Velocità media di salita                 (m/s)      um =" ; He / tau
PRINT "          Velocità media equiv. di salita (m/s)      uer =" ; uer
PRINT "          N° di Reynolds medio equiv. di salita      Res =" ; Res
INPUT "          COD.(<0=END; >=0=O.K.)"; fa
IF fa >= 0 THEN GOTO 100
END

```

Fig. 2.2.4.b

20/22

dell'errore 'eps'. Siccome ad ogni iterazione corrisponde una nuova integrazione della legge del moto, il programma ha un tempo di esecuzione più lungo di LANCIO70.BAS.

Le voci in Output sono le stesse del programma precedente, con in più l'angolo di lancio, calcolato nel corso dell'iterazione.

Nella Fig. 2.2.2 è riportata la traiettoria calcolata, confrontata con la traiettoria ideale in assenza di resistenza aerodinamica ($Cd0 = 0$). Si tratta di una parabola di 2° con componente orizzontale della velocità costante = u_p .

Si osserva che l'effetto della resistenza aerodinamica è particolarmente importante sulla perdita di quota.

Nella Fig. 2.2.3 è riportato un altro esempio con velocità iniziale di 20 m/s.

Nelle Figg. 2.2.4 è riportato il listato del programma descritto.

-3-Confronto fra i due metodi di calcolo

Il confronto viene eseguito con le modalità che seguono, per velocità finale di 5 m/s e velocità iniziali comprese fra 10 e 35 m/s. Dati di default quando non diversamente indicato:

-Traiettoria balistica: Calcolo dell'altezza raggiunta, del tempo di integrazione e dell'inclinazione media della traiettoria valutata mediante la congiungente dei punti iniziale e finale.

-Traiettoria rettilinea: Calcolo delle stesse grandezze, utilizzando come inclinazione della traiettoria il valore medio prima calcolato.

Dati aerodinamici: $Cd0 = 0.014683$ $Ci2 = 0.9079$

u0(m/s)	Hi(m)	Traiettoria balistica			Traiettoria rettilinea		
		He(m)	tau(s)	alfa°	alfam°	Ha(m)	tau(s)
10	3.82	3.57	0.848	59.17	39.40	3.52	0.741
15	10.20	9.21	1.353	69.00	52.52	9.13	1.167
20	19.12	16.45	1.792	73.67	60.12	16.31	1.547
25	30.59	24.75	2.176	76.11	64.61	24.57	1.896
30	44.61	33.74	2.513	77.00	67.76	33.49	2.205
35	61.18	43.03	2.806	78.67	69.75	42.74	2.482

Hi = Altezza ideale ($Cd0 = 0$)

He = Altezza traiettoria balistica

tau = tempi di salita

alfa° = Inclinazione iniziale traiettoria balistica

alfam° = Inclinazione media traiettoria balistica = inclinazione traiettoria rettilinea

Ha = Altezza traiettoria rettilinea

Si osserva:

-Malgrado le notevoli differenze di impostazione le altezze calcolate differiscono molto poco nei due casi.

-Maggiori differenze si trovano nei tempi di salita giustificabili in buona misura con la maggior lunghezza della traiettoria curvilinea.

-Le perdite percentuali di quota rispetto alla condizione ideale crescono notevolmente con la velocità di lancio.

-5-CONCLUSIONI

Sono state calcolate in maniera semplificata le traiettorie di lancio a mano, secondo due ipotesi abbastanza diverse, ottenendo risultati sostanzialmente equivalenti, ma sicuramente ottimistici, essenzialmente per le seguenti ragioni:

- Traiettoria rettilinea: E' richiesta la realizzazione di due raccordi di traiettoria, oltre alla variazione continua di assetto durante la salita.
- Traiettoria balistica: E' richiesto un solo raccordo di traiettoria con inclinazione iniziale molto elevata.

Possiamo comunque ritenere che malgrado le semplificazioni introdotte i calcoli eseguiti possano fornire indicazioni interessanti sulle reali possibilità di questa tecnica e sui parametri progettuali che la influenzano. In ogni modo dai calcoli emerge chiaramente che le quote elevatissime che sembra siano state raggiunte in certe occasioni avranno sicuramente richiesto prestazioni atletiche e di pilotaggio non comuni, insieme a condizioni particolarmente favorevoli di vento contrario.